

## مدیریت ریسک بازار لحظه‌ای با وجود تخفیف در خرید

دکتر راشد صحرائیان\*

سید حسین حسینی‌ماهینی\*\*

دریافت: ۸۸/۱۱/۱۸

پذیرش: ۹۰/۱/۲۰

مدیریت زنجیره تأمین / مدیریت ریسک / بازار لحظه‌ای / تخفیف

### چکیده

با ایجاد بازارهای لحظه‌ای، شرکت‌ها به منظور تأمین کالا برای یک مقطع زمانی مشخص و کاهش ریسک خرید، ابتدا قراردادی به صورت پیش خرید با تأمین کنندگان منعقد می‌سازند و سپس در موعد مقرر برای مواجهه با کمبود یا مازاد کالا، از بازار لحظه‌ای استفاده می‌کنند. در مقایسه با قراردادهای پیش خرید، بازار لحظه‌ای به سرعت کالا را در اختیار خریدار قرار می‌دهد، اما در مقابل، عدم قطعیت در قیمت را به خریدار تحمیل می‌کند. در این مقاله چنین مبادلاتی در حالت وجود تخفیف به منظور تعیین تعداد بهینه پیش خرید و کاهش ریسک خریدار بررسی شده است. مدل ریاضی توسعه داده شده مبتنی بر تابع سود خریدار است و کاهش ریسک خریدار معادل واریانس سود در نظر گرفته شده است. برای برآورد تخفیف از تابعی که تخفیفات را به صورت پیوسته پیش‌بینی می‌کند، استفاده گردیده و تحلیل حساسیت پارامترها با یک مثال عددی بحث شده است. یافته‌ها حاکی از آن است که با کاهش ریسک خریدار، میزان بهینه خرید به سمت میانگین تقاضا میل پیدا می‌کند. همچنین، بر حسب آنکه نسبت قیمت پیش خرید و بازار لحظه‌ای چگونه باشد میزان بهینه خرید نیز متغیر خواهد بود.

کد JEL: L42

## مقدمه

در دو دهه اخیر مسئله اصلی در زنجیره تأمین، بهره‌گیری از تأمین‌کنندگان کارا، تصمیم‌گیری هماهنگ و تأمین متوازن و مؤثر عرضه و تقاضا بوده است. بر این اساس، مدیران تأمین کالا، معمولاً قراردادهای پیش‌خرید<sup>۱</sup> و بلندمدت با تأمین‌کنندگان منعقد می‌کنند. قراردادهای پیش‌خرید قراردادهایی هستند که در آن خریدار برای خرید کالایی در زمانی مشخص و با قیمتی تعیین شده با فروشنده توافق می‌کند.<sup>۲</sup> در قراردادهای بلندمدت با تغییر احتمالی تقاضا و قیمت، هزینه‌های زیادی بر خریدار تحمیل می‌شود.

در حال حاضر با توسعه ابزارهای الکترونیکی، خریداران امکان خرید لحظه‌ای را نیز دارند.<sup>۳</sup> خرید لحظه‌ای شامل مواردی می‌شود که نیاز فوری به کالا یا خدماتی وجود دارد. بازار لحظه‌ای<sup>۴</sup>، بازاری است که در آن کالاهای مصرفی مانند غلات، طلا، نفت و غیره به‌صورت نقد و برای تحویل فوری خرید و فروش می‌شوند. این بازار مانند قراردادهای پیش‌خرید بین عمده‌فروشان و خرده‌فروشان یا تولیدکنندگان و فروشندگان مورد استفاده قرار می‌گیرد. استفاده از بازار لحظه‌ای می‌تواند موجب افزایش سود شرکت‌ها و در نتیجه ارائه خدمات بهتر به مشتریان شود.<sup>۵</sup> در گذشته از بازار لحظه‌ای بیشتر برای خرید و فروش بذر و حبوبات، احشام و نفت استفاده می‌شد، اما در سال‌های اخیر، خرید و فروش سایر کالاها مانند کالاهای رایانه‌ای، پتروشیمی، انرژی، خدمات مخابراتی و ... نیز در این بازار رایج شده است.<sup>۶</sup>

یکی از سؤالات مهم این است که چه مقدار از نیاز سازمان از قبل پیش‌خرید و چه مقدار از بازار لحظه‌ای خریداری شود؟ در قرارداد پیش‌خرید، قیمت کالا یا خدمات قطعی و ثابت است، اما در بازار خرید لحظه‌ای، قیمت کالا یا خدمات نامشخص و احتمالی است. سازمان‌ها با استفاده از قراردادهای بلندمدت پیش‌خرید، اثرات منفی افزایش احتمالی قیمت

1. Forward Contract.

2. Seifert et al. (2004).

3. Aggarwal & Ganesan (2007).

4. Spot Market.

5. Seifert et al. (2004).

6. Ibid.

بازار لحظه‌ای را کاهش می‌دهند و هم‌زمان با تأمین بخشی از نیازشان از بازار لحظه‌ای، خطر تغییرات تقاضا را کاهش می‌دهند<sup>۱</sup>. برای مثال، شرکت‌های ارائه‌کننده خدمات الکترونیکی، پهنای باند مورد نیازشان را از قبل پیش‌خرید می‌کنند، اما در برخی اوقات که تقاضای مشتریان برای دریافت خدمات زیاد می‌شود، شرکت می‌تواند پهنای باند اضافی را روزانه خریداری کند.

در ادامه، ساختار این مقاله چنین شکل گرفته است: در بخش دوم سابقه پژوهش، در بخش سوم مدل ریاضی مسئله، در بخش چهارم تحلیل حساسیت پارامترهای مختلف مدل و در بخش پنجم نتیجه‌گیری آمده است. در بخش ششم نیز گام‌های موردنیاز برای به‌کارگیری مدل توضیح داده شده است.

## ۱. سابقه پژوهش

تحقیقات مختلفی در حوزه زنجیره تأمین با موضوع تأثیر منع‌یابی دوگانه بر میزان بهینه موجودی بررسی شده است. راماسش و همکارانش<sup>۲</sup>، موجودی را وقتی که شرکت دو کانال تأمین داشته باشد با زمان‌های تحویل متفاوت بررسی کرده‌اند. در این مدل، زمان تحویل متغیر و دارای توزیع یکنواخت یا نمایی فرض شده و تقاضا ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین، در این مدل فرض شده که سفارش کالا هم به‌صورت پیش‌خرید و هم از بازار لحظه‌ای امکان‌پذیر است.

در برخی از پژوهش‌ها تصمیمات غیرهم‌زمان مدل‌سازی شده است. رودی از مدل برنامه‌ریزی خطی دو مرحله‌ای برای تعیین مقدار سفارش بهینه استفاده کرد. کوهن و آگراوال<sup>۳</sup> عدم قطعیت قیمت و تقاضا را در قراردادهای بلندمدت و کوتاه‌مدت به‌صورت جداگانه مدل‌سازی کردند. در ادامه، آرامن و همکارانش<sup>۴</sup>، عدم قطعیت قیمت و تقاضا را در قراردادهای بلندمدت و کوتاه‌مدت به‌صورت هم‌زمان در نظر گرفتند.

1. Aggarwal & Ganesan (2007).

2. Ramasesh et al. (1991).

3. Agrawal & Cohen (1999).

4. Araman (2001).

آگراوال و گانشان<sup>۱</sup> در تحقیق خود فرض کردند که دو تأمین‌کننده برای پیش‌خرید وجود دارد، اما یکی از آن دو ارجحیت دارد. سیفرت و همکارانش روش بهینه خرید را هنگامی که قیمت قرارداد قطعی است، بررسی کردند. آنان یک مدل ریاضی مبتنی بر مفاهیم موجودی توسعه داده‌اند که نشان می‌دهد وجود بازار لحظه‌ای به چه شکلی می‌تواند بر میزان بهینه خرید از قرارداد تأثیر گذارد<sup>۲</sup>. آنان در مقاله بعدی خود حالتی را که بازار لحظه‌ای هم برای خرید و هم برای فروش مورد استفاده قرار گیرد، بررسی کردند و عامل ریسک خریدار را نیز در مدل خود وارد نمودند<sup>۳</sup>. در این تحقیق، تأثیر تخفیف بر میزان بهینه خرید در نظر گرفته نشده بود<sup>۴</sup>.

تحقیقات نشان داده است که تخفیف<sup>۵</sup> در قیمت موجب افزایش خرید و صرفه‌جویی هزینه‌ها خواهد شد<sup>۶</sup>. در چنین حالتی تخفیف در قرارداد می‌تواند به پیش‌بینی بهتر تقاضا در بازار لحظه‌ای کمک کند<sup>۷</sup>. در این زمینه موثرمن و شور<sup>۸</sup> ضمن بررسی موضوع رقابت در بازار لحظه‌ای و ضرورت تنظیم قیمت‌ها، بیان داشتند که فروشندگان مجبورند برای افزایش سود، مشوق‌هایی (تخفیف) را به خریداران ارائه کنند. در پژوهش‌های مختلف بحث شده است که چه موقع باید تخفیف داده شود؟ و برای بهینه‌سازی میزان سود چه مقدار و در چه زمانی باید تخفیف داد؟<sup>۹</sup> رابطه میان تخفیف و مقدار بهینه سفارش چیست؟<sup>۱۰</sup>

کاهش تقاضا نیز در ادبیات موضوع بررسی شده است. فرض می‌شود که کاهش قیمت محصول یا خدمت، موجب افزایش تقاضا شود. این کاهش قیمت را می‌توان بر اساس افزایش صرفه‌جویی به مقیاس یا کاهش هزینه معاملات توجیه کرد<sup>۱۱</sup>. اسکوتانوس و

---

1. Aggarwal & Ganeshan (2007).

2. Seifert (2000).

3. Seifert et al. (2004).

4. Xiao & Qi (2006).

5. Quantity discount.

6. Chopra (2007), PP 275- 281.

7. Anderson & Dana (2006).

8. Muermann & Shore (2005).

9. Lee HL, Rosenblatt MJ. (1986).

10. Viswanthan S, Wang Q. (2003).

11. Schotanus et al. (2009).

همکارانش<sup>۱</sup> در مقاله خود در مورد محاسبه یک تابع پیوسته برای جداول تخفیف بحث کردند. آن‌ها تابعی را به نام تابع تخفیف<sup>۲</sup> ارائه کرده‌اند که می‌توان از آن برای برآورد تابع تخفیف واقعی بهره جست. این تابع تخفیف امکان مقایسه قیمت‌های تأمین‌کنندگان مختلف را به خریدار می‌دهد.

با توجه به آنچه گفته شد، مسئله اصلی این مقاله چنین است که فرض می‌شود خریدار از طریق دو روش پیش خرید و بازار لحظه‌ای، نیاز خود را تأمین می‌کند و آن را به مشتریان خود در موعد مشخص می‌فروشد. مقادیر خرید شامل تخفیفات کلی است. سؤال اصلی این است که مقادیر بهینه خرید از قرارداد پیش خرید باید چه مقدار باشد؟ و میزان سود خریدار چه تغییراتی خواهد کرد؟

در پژوهش حاضر، از تابع اسکوتانوس و همکارانش<sup>۳</sup> به منظور برآورد قیمت پیش خرید و پیش‌بینی قیمت خرید در بازار لحظه‌ای استفاده شده است. سپس با در نظر گرفتن تخفیف کلی و مبتنی بر مدل‌های موجودی سیفرت و همکارانش<sup>۴</sup>، مسئله حل شده است. مدل ریاضی ارائه شده، مبتنی بر تابع سود خریدار است. میزان کاهش ریسک خریدار نیز به صورت ضریبی از واریانس سود در نظر گرفته شده است.

## ۲. مدل ریاضی مسئله

همان‌طور که اشاره شد روش تأمین در اینجا به دو صورت در نظر گرفته می‌شود: اول، خرید از قرارداد پیش خرید با زمان سفارش  $T$  و قیمتی که می‌تواند بر اساس تعداد کالا شامل تخفیف شود. این تخفیف به صورت کلی است؛ یعنی براساس افزایش تعداد کالا، کل محموله با قیمت کمتری خریداری می‌شود. در هنگام بروز تقاضا، شرکت برای رویارویی با کمبود یا مازاد کالا از بازار لحظه‌ای استفاده می‌کند. پیش‌بینی قیمت در بازار لحظه‌ای، متغیر (احتمالی) بوده و دارای انحراف معیار است. این قیمت نیز شامل تخفیفات

1. Ibid.

2. Quantity Discount Function (QDF).

3. Schotanus et al. (2009).

4. Seifert et al. (2004).

کلی است. تقاضای لحظه‌ای  $t$  در زمان  $T$  اتفاق می‌افتد و کالاهای خریداری شده برای پاسخگویی تقاضا به کار می‌روند. در صورتی که تقاضای لحظه‌ای بیش از میزان خریداری شده در قرارداد باشد، از بازار لحظه‌ای برای تأمین کمبود کالا استفاده می‌شود و در صورتی که تقاضای لحظه‌ای کمتر از میزان پیش‌خرید باشد از بازار لحظه‌ای برای فروش مازاد کالا استفاده می‌شود.

متغیرهای مدل ریاضی موردنظر در این مقاله به صورت زیر است:

$T$ : قیمت فروش برای مصرف یا مونتاژ؛

$t$ : تقاضای لحظه‌ای مصرف کننده؛

$P_{mc}$ : حداقل قیمت خرید در قرارداد پیش‌خرید؛

$P_{ms}$ : حداقل قیمت خرید و فروش در بازار لحظه‌ای؛

$S_{sp}$ : حاشیه سود<sup>۱</sup> در بازار لحظه‌ای؛

$S_c$ : حاشیه سود در قرارداد پیش‌خرید؛

$\eta_c$ : شیب<sup>۲</sup> قیمت در قرارداد پیش‌خرید؛

$\eta_s$ : شیب قیمت در بازار لحظه‌ای؛

$\mu_d$ : میانگین تقاضای لحظه‌ای؛

$\sigma_{sp}$ : انحراف معیار تابع تخفیف در بازار لحظه‌ای؛

$\sigma_d$ : انحراف معیار تقاضای لحظه‌ای؛

$f_{sp}(q)$ : تابع قیمت خرید و فروش بازار لحظه‌ای؛

$f_c(q)$ : تابع قیمت قرارداد پیش‌خرید؛

$\Pi_{BS}$ : تابع درآمد هنگامی که بازار لحظه‌ای هم برای خرید و هم برای فروش به کار

می‌رود؛

$k$ : ضریب ریسک‌پذیری خریدار؛

$Z(q)$ : تابع هدف مسئله.

1. spread.

2. Steepness.

تابع هدف مسئله به صورت زیر نشان داده می‌شود<sup>۱</sup>:

$$Z(q) = E[\Pi(q)] - k\text{Var}[\Pi(q)], k \geq 0 \quad (1)$$

$E[\Pi(q)]$  به عنوان امید ریاضی تابع سود در نظر گرفته می‌شود و تفاضل امید ریاضی این تابع با واریانس تابع سود، تابع هدف نهایی را تشکیل می‌دهد. مدل کلی سود که سیفرت و همکارانش به آن اشاره کرده‌اند به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \Pi_{BS} &= r\zeta - cq - s(\zeta - q)^+ + s(q - \zeta)^+ \\ &= r\zeta - cq - s(\zeta - q)^+, \end{aligned} \quad (2)$$

در این مدل،  $c$  قیمت خرید از قرارداد پیش خرید و  $s$  قیمت بازار لحظه‌ای است که هیچ کدام در مقاله سیفرت و همکارانش به تعداد خرید وابسته نیستند. در مدل فوق (مدل ۲) اگر تقاضای لحظه‌ای بیش از مقدار پیش‌بینی شده باشد، شرکت باید با قیمت لحظه‌ای، از بازار کالا تهیه کند تا بتواند پاسخگوی اضافه تقاضا باشد و اگر تقاضا کمتر از مقدار پیش‌بینی شده باشد، میزان اضافی با قیمت لحظه‌ای در بازار فروخته می‌شود. علامت مثبت گوشه سمت راست بالای عبارت  $(q - \zeta)$  و  $(\zeta - q)$  نشان‌دهنده این موضوع است. باید توجه داشت که قیمت لحظه‌ای برای شرکت،  $s$  بوده و برای مصرف‌کنندگان برابر  $r$  خواهد بود که از قیمت تمام شده این کالا بیشتر است. در این مقاله برای برآورد پارامترهای تابع تخفیف قرارداد پیش خرید و بازار لحظه‌ای، از روش اسکوتانوس و همکارانش<sup>۲</sup> استفاده می‌شود. در این صورت معادله (۲) به صورت زیر درخواهد آمد:

$$\Pi_{BS} = r\zeta - q(p_{mc} + \frac{s_c}{q^{\eta_c}}) - (p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q^{\eta_{sp}}})(\zeta - q) \quad (3)$$

برای محاسبه میزان انتظاری سود باید این سود را روی تمامی مقادیر انتظاری تقاضا جمع کنیم تا میزان سود انتظاری به دست آید. فرض می‌شود که تابع تقاضا دارای توزیع نرمال با میانگین  $\mu_d$  و انحراف معیار  $\sigma_d$  است؛

1. Seifert et al. (2004).

2. Schotanus et al. (2009).

بنابراین خواهیم داشت:

$$E[\Pi_{BS}(q)] = r \int_0^\infty \zeta f_\zeta d\zeta - q(p_{mc} + \frac{s_c}{q\eta_c}) - \int_0^\infty (p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q\eta_{sp}})(\zeta - q) f_\zeta d\zeta \quad (۴)$$

s.t

$$\zeta \sim N(\mu_d, \sigma_d)$$

$$\Rightarrow E[\Pi_{BS}(q)] = (r - (p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q\eta_{sp}}))\mu_d + q((p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q\eta_{sp}}) - (p_{mc} + \frac{s_c}{q\eta_c}))$$

اکنون باید واریانس تابع سود محاسبه شود تا بتوان تابع هدف را محاسبه کرد. این واریانس در حالی محاسبه می‌شود که تابع توزیع تخفیف بازار لحظه‌ای به صورت  $f_{sp}(q) \sim N(p_{ms} + \frac{s}{q\eta_s}, \sigma_{sp}^2)$  است. این توزیع به معنای آن است که میانگین این توزیع نرمال تابعی از تعداد خرید؛ یعنی  $q$  بوده و واریانس آن به شرط  $q=q_0$  برابر  $\sigma_{sp}^2$  است.<sup>۱</sup> اکنون داریم:

$$Var[\Pi_{BS}(q)] = Var[r\zeta - q \cdot f_c(q) - f_{sp}(q)(\zeta - q)] \quad (۵)$$

$$= Var[r\zeta - f_{sp}(q)(\zeta - q)] = E[Var(r\zeta - f_{sp}(q)(\zeta - q)|\xi)] + Var(E[r\zeta - f_{sp}(q)(\zeta - q)|\xi])$$

$$= E[(\zeta - q)^2 Var(f_{sp}(q)|\xi)] + Var(r\zeta - E[f_{sp}(q)|\xi])(\zeta - q)$$

$$\Rightarrow Var[\Pi_{BS}(q)] = E[\xi^2 - 2q\xi + q^2]\sigma_{sp}^2 + Var(r\xi - (p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q\eta_{sp}})(\zeta - q))$$

$$= (\sigma_d^2 - 2q\mu_d + \mu_d^2 + q^2)\sigma_{sp}^2 + (r - [p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q\eta_{sp}}])^2\sigma_d^2$$

$$\Rightarrow Var[\Pi_{BS}(q)] = \sigma_{sp}^2(\sigma_d^2 + [\mu_d - q]^2) + (r - [p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q\eta_{sp}}])^2\sigma_d^2$$

با استفاده از رابطه (۴) و (۵)، تابع  $Z(q)$  به صورت زیر خواهد بود:

$$Z(q) = E(\Pi_{BS})(q) - k(Var\Pi_{BS})(q), k \geq 0 \quad (۶)$$

$$Z(q) = \left( r - \left( p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q^s} \right) \right) \cdot \mu_d + q \cdot \left( \left( p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q^s} \right) - \left( p_{mc} + \frac{s_c}{q^c} \right) \right) - k \cdot \left( \sigma_{sp}^2 \cdot (\sigma_d^2 + (\mu_d - q)^2) + \left( r - \left( p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q^s} \right) \right)^2 \cdot \sigma_d^2 \right)$$

برای دستیابی به مقدار بهینه خرید از قرارداد باید از تابع هدف یعنی  $Z(q)$  نسبت به  $q$  مشتق گرفت. مشتق تابع سود؛ یعنی  $Z(q)$  به صورت زیر خواهد بود:

$$\left( \frac{s_{sp} n_s}{q^s q} \right) \cdot \mu_d + p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q^s} - p_{mc} - \frac{s_c}{q^c} + q \cdot \left( -\frac{s_{sp} n_s}{q^s q} + \frac{s_c n_c}{q^c q} \right) \quad (۷)$$

$$\frac{\partial}{\partial q} Z(q) =$$

$$-k \cdot \left( \sigma_{sp}^2 (-2\mu_d + 2q) + 2 \left( \frac{\left( r - p_{ms} - \frac{s_{sp}}{q^s} \right) s_{sp} n_s}{q^s q} \right) \cdot (\sigma_d^2) \right)$$

حل تابع فوق به صورت پارامتریک غیرممکن است. مقدار پارامترها را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$p_{mc} = 100, s_c = 20, \eta_c = 0.7 ; p_{ms} = 95, s_{sp} = 40, \eta_{sp} = 1.5, \sigma_{sp} = 10$$

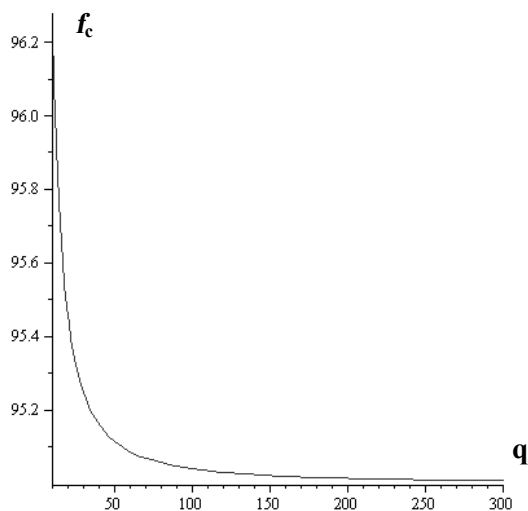
$$r = 150, \mu_d = 1000, \sigma_d = 200, k = 0.00005$$

بر اساس داده‌های فوق تابع قیمت قرارداد پیش خرید و بازار لحظه‌ای به صورت زیر خواهد بود:

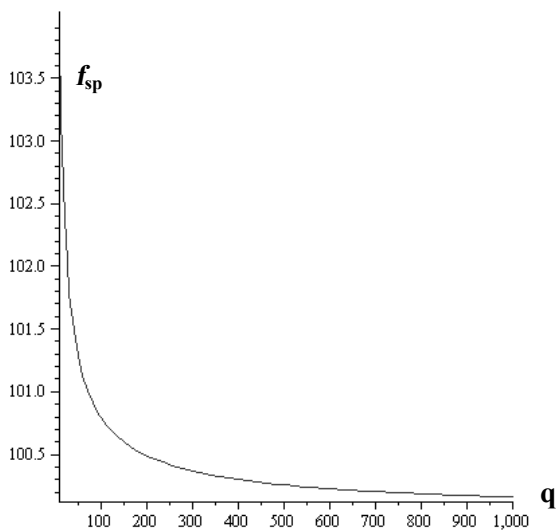
$$f_c(q) = 100 + \frac{20}{q^{0.7}}$$

$$f_{sp}(q) = 95 + \frac{40}{q^{1.5}}$$

شکل‌های (۱) و (۲) این توابع را نشان می‌دهند.



شکل ۱- تابع تخفیف قرارداد پیش خرید

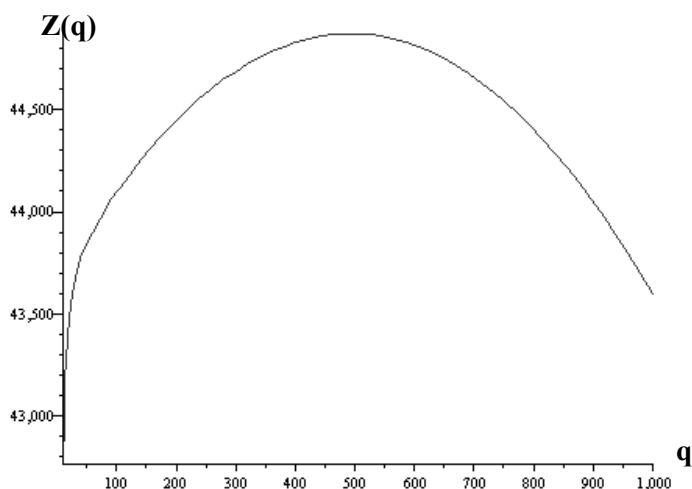


شکل ۲- تابع تخفیف بازار لحظه‌ای

با قرار دادن مقادیر در تابع هدف به تابع زیر خواهیم رسید:

$$Z(q) = 54800 - \frac{40000}{q^{1.5}} + q \cdot \left( -5 + \frac{40}{q^{1.5}} - \frac{20}{q^{0.7}} \right) - 0.005 (1000 - q)^2 - 2 \left( 55 - \frac{40}{q^{1.5}} \right)^2$$

رفتار تابع هدف در شکل (۳) نشان داده شده است. اگر ریشه مشتق تابع هدف محاسبه گردد به  $q^* = 492/86$  می‌رسیم و مشتق دوم تابع در این نقطه، مقدار  $-0/00992$  خواهد بود. منفی بودن مشتق دوم تابع در این نقطه نشان‌دهنده آن است که تابع در این نقطه مقعر بوده و در نتیجه نقطه به‌دست آمده نقطه ماکزیمم مطلق و نسبی تابع است. بر اساس آنچه که از تابع مشتق به‌دست آمد میزان بهینه خرید برابر ۴۹۳ خواهد بود. در این نقطه میزان سود انتظاری، واریانس تابع و میزان تابع هدف، به‌صورت زیر خواهند بود:

$$E[\Pi_{BS}(493)] = 52,404.65, \quad Var[\Pi_{BS}(q)] = 150,688,822.20, \quad Z(q) = 44,870.21$$


شکل ۳- تغییرات تابع هدف بر اساس تعداد خرید از قرارداد پیش‌خرید

### ۳. تحلیل پارامترهای مدل ریاضی

#### ۳-۱. ضریب ریسک‌پذیری خریدار

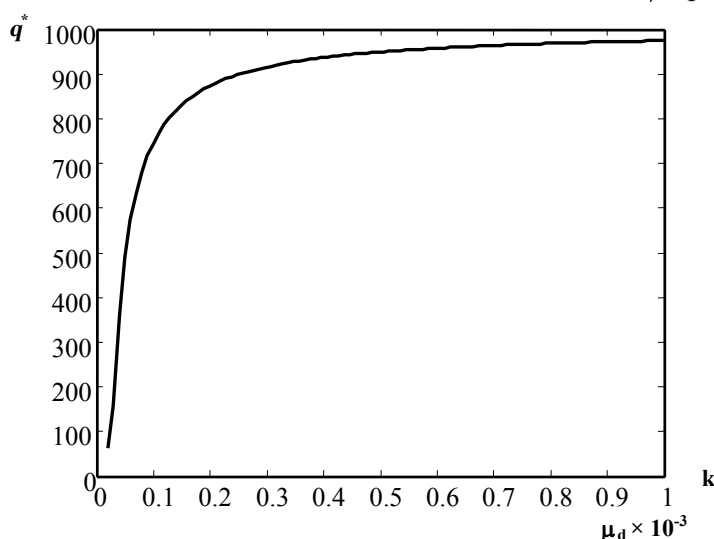
در مدل ارائه‌شده ریسک‌پذیری با ضریب  $k$  نشان داده شده است.<sup>۱</sup> اگر اثرات افزایش آن بر میزان بهینه خرید از بازار لحظه‌ای را بررسی کنیم مشاهده می‌شود که با افزایش  $k$  میزان بهینه خرید به سمت ۱۰۰۰ که همان مقدار  $\mu_d$  است میل می‌کند (شکل ۴). در این

1. Seifert et al. (2004).

حالت خریدار به دنبال حداقل کردن استفاده از بازار لحظه‌ای است (چه برای خرید و چه برای فروش) و این امر به دلیل عدم قطعیتی است که به طور طبیعی در بازار لحظه‌ای وجود دارد. در این حالت مقدار بهینه سود انتظاری به  $\mu_d (r - (p_{mc} + \frac{s_c}{\mu_d \eta_c}))$  نزدیک می‌شود. این مقدار همچنان که در ادامه نیز نشان داده خواهد شد حداکثر درآمد انتظاری یا خط مبنای سود<sup>۱</sup> است.<sup>۲</sup> در این حالت واریانس سود نیز به حداقل خود یعنی؛

$$(\sigma_{sp}^2 + (r - [p_{ms} + \frac{s_{sp}}{q^{\eta_{sp}}}] )^2) \sigma_d^2$$

خواهد رسید.



شکل ۴- تغییرات میزان بهینه خرید بر اساس کاهش ریسک‌پذیری خریدار

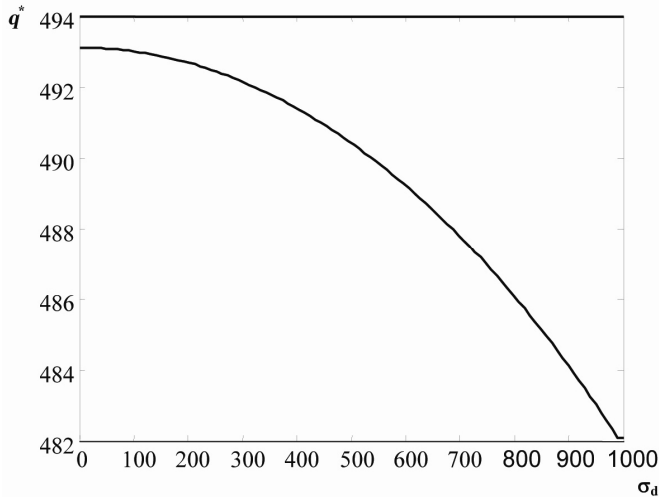
## ۲-۳. تغییرپذیری تقاضا

همان‌طور که اشاره شد تقاضا دارای توزیع نرمال با میانگین  $\mu_d$  و انحراف معیار  $\sigma_d$  است. در شکل (۵) مشاهده می‌شود که با تغییر واریانس تقاضا از صفر تا ۱۰۰۰؛ یعنی از جایی که تقاضا قطعی باشد تا جایی که  $\sigma_d$  برابر  $\mu_d$  باشد، میزان بهینه خرید حدود ۱۰ واحد یعنی تقریباً دو درصد تغییر کرده که این امر نشان‌دهنده آن است که میزان بهینه خرید حساسیت بسیار کمی نسبت به انحراف معیار تقاضا دارد. اگر مقدار انتظاری سود و واریانس

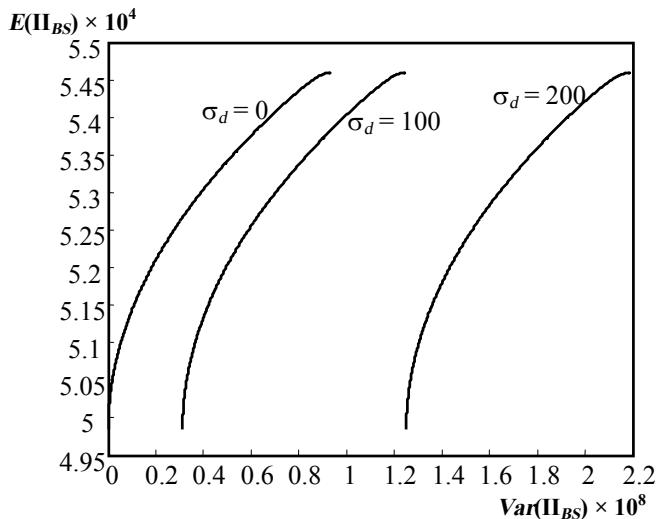
1. profits baseline.

2. Seifert et al. (2004).

آن را با استفاده از مقادیر مختلف انحراف معیار تقاضا تحلیل کنیم مشاهده خواهیم کرد که با افزایش انحراف معیار تقاضا، واریانس سود افزایش می‌یابد و با کاهش آن کاهش؛ جالب توجه آنکه بیشینه امید ریاضی سود دارای یک سقف معین است و از آن فراتر نمی‌رود، اما واریانس سود با افزایش انحراف معیار تقاضا به طور پیوسته افزایش می‌یابد (شکل ۶).



شکل ۵- تغییرات میزان بهینه خرید بر اساس واریانس تقاضا

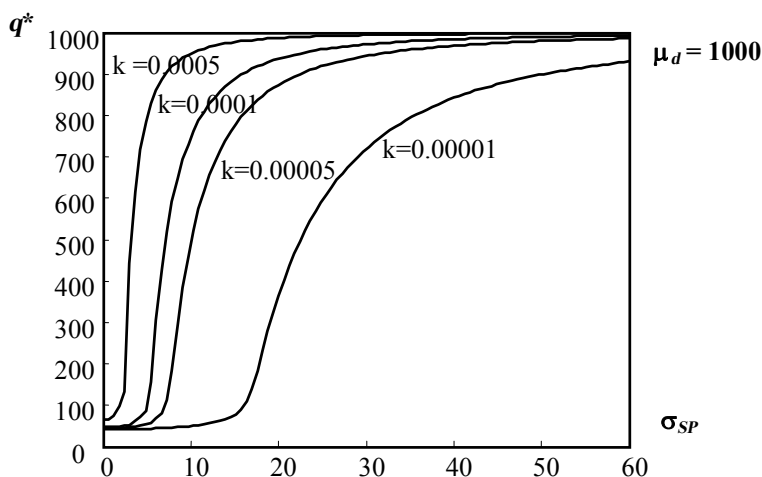


شکل ۶- تغییرات امید ریاضی سود بر حسب واریانس آن

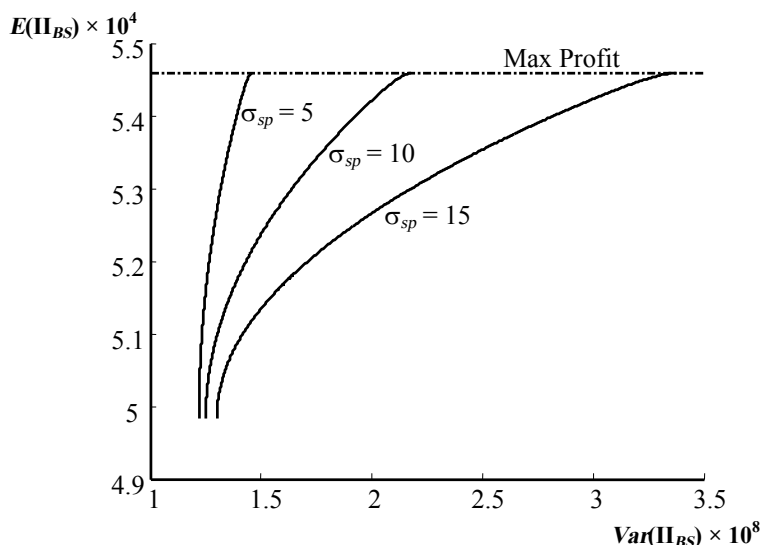
### ۳-۳. تغییرپذیری انحراف معیار قیمت لحظه‌ای

واریانس تابع قیمت لحظه‌ای به شرط  $q=q_0$  برابر  $\sigma_{sp}$  است. اکنون در شکل (۷) میزان  $q^*$  بر حسب تغییرات قیمت بازار لحظه‌ای به ازای ضرایب متفاوت ریسک‌پذیری خریدار ترسیم شده است؛ همان‌طور که مشاهده می‌شود  $q^*$  برخلاف واریانس تقاضا نسبت به واریانس قیمت بسیار حساس است، به‌طوری که اگر این واریانس صفر یا نزدیک به آن باشد میزان بهینه خرید نیز نزدیک به صفر خواهد بود؛ یعنی خریدار ترجیح می‌دهد که بیشتر مقدار موردنیاز خود را از بازار لحظه‌ای تهیه و به فروش برساند؛ اما با افزایش این عدد  $q^*$  به سمت ۱۰۰۰ که همان  $\mu_d$  است، میل می‌کند. در این حالت با توجه به افزایش تغییرات قیمت بازار لحظه‌ای، خریدار تمایل دارد که ریسکی را متقبل نشده و به اندازه میانگین تقاضا پیش خرید کند. البته اگر ضریب ریسک‌پذیری خریداران کمتر باشد این منحنی دیرتر به سمت  $\mu_d$  میل می‌کند.

با بررسی واریانس و امید ریاضی، سود بر حسب میزان متفاوت انحراف معیار قیمت لحظه‌ای مشاهده خواهد شد که با افزایش این متغیر، نسبت بین سود و انحراف معیار سود کاهش می‌یابد و البته برای هر مرتبه میزان بیشینه سود ثابت است (شکل ۸).



شکل ۷- تغییرات میزان بهینه خرید براساس واریانس قیمت لحظه‌ای



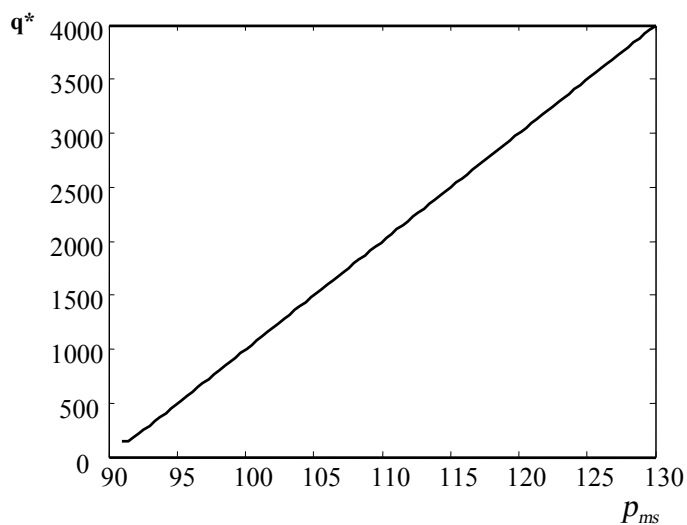
شکل ۸- تغییرات امید ریاضی سود برحسب واریانس آن با توجه به تغییر انحراف معیار قیمت لحظه‌ای

#### ۳-۴. تغییرات پارامترهای تابع تخفیف

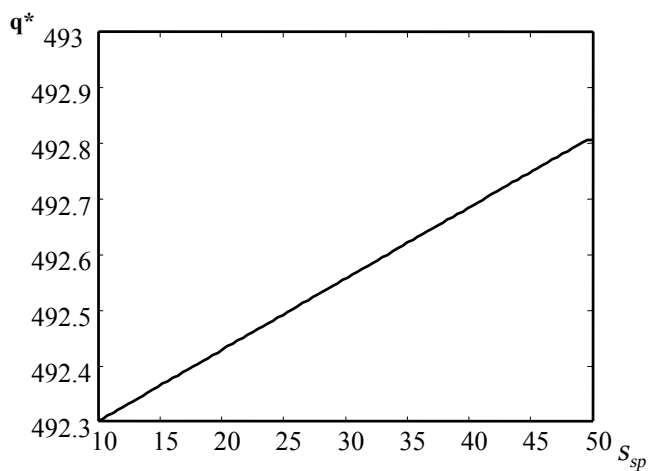
همان‌طور که اشاره شد تابع تخفیف از سه پارامتر  $\eta$ ,  $s$ ,  $p_m$  تشکیل شده است. با زیاد شدن مقدار  $q$  تابع تخفیف به سمت  $p_m$  میل می‌کند به همین دلیل به این مقدار حداقل قیمت تنوری گفته می‌شود.<sup>۱</sup> این به معنای آن است که وقتی تقاضا به صورت تنوریک بی‌نهایت شود قیمت کالا برابر  $p_m$  خواهد بود. در بررسی  $q^*$  و  $p_{ms}$  مشاهده می‌شود که با افزایش این پارامتر مقدار بهینه خرید به طور خطی افزایش می‌یابد و شیب این خط کاملاً قابل توجه است. دلیل این افزایش آن است که اگر قیمت بازار لحظه‌ای بیش از میزان قرارداد پیش خرید باشد، خریدار می‌تواند میزان اضافه بر تقاضا را در بازار لحظه‌ای به قیمت بیشتری بفروشد (شکل ۹).

متغیر  $s$  مقدار اختلاف میان حداکثر قیمت خرید؛ یعنی یک واحد و حداقل قیمت؛ یعنی خرید بی‌نهایت کالا است، از این رو به این پارامتر «حاشیه قیمت» گفته می‌شود.<sup>۱</sup> در مورد حاشیه قیمت خرید در بازار لحظه‌ای یا همان  $s_{sp}$  مشاهده می‌گردد که میزان بهینه خرید به‌طور خطی با افزایش  $s_{sp}$  افزایش می‌یابد، اما شیب افزایش آن تقریباً محسوس نیست (شکل ۱۰). دلیل این امر آن است که چون ضریب  $s$ ، پارامتر  $\frac{1}{q\eta}$  است تأثیرگذاری این معیار بر معادله خرید کاهش بسیاری می‌یابد. البته تأثیر  $s$  در معادلاتی که بزرگی  $s$  نسبت به  $p_{ms}$  قابل توجه است، افزایش می‌یابد.

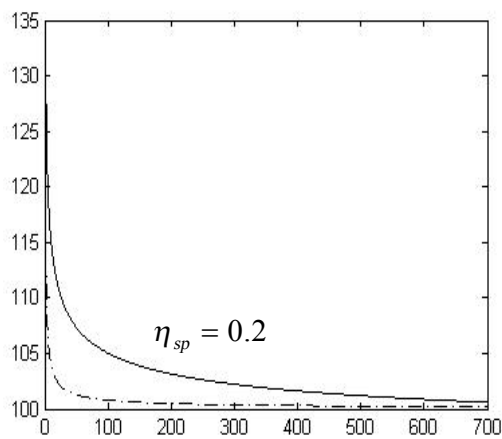
با بررسی میزان توان  $q$  در مخرج؛ یعنی شیب قیمت، خواهیم دید که اگر این عدد در بازار لحظه‌ای کمتر از قرارداد باشد؛ یعنی قیمت قرارداد با شیب تندتری نسبت به قیمت لحظه‌ای کاهش یابد و قیمت قرارداد نیز با تأثیر دو معیار دیگر کمتر از قیمت بازار لحظه‌ای باشد، منحنی میزان بهینه خرید از بالا به سمت میانگین تقاضا میل می‌کند (شکل ۱۱- الف و ۱۲)؛ یعنی اگر ریسک‌پذیری خریدار صفر باشد خریدار به‌طور تئوری تمایل دارد که بی‌نهایت از قرارداد پیش‌خرید کند. این امر به دلیل آن است که خریدار می‌تواند کالا را از قرارداد خریده و در بازار لحظه‌ای با قیمت بیشتری بفروشد. حال اگر همین شرایط در مورد توان  $q$  برقرار باشد، اما قیمت قرارداد و بازار لحظه‌ای به یک عدد میل کند، مقدار خرید بهینه برابر میانگین تقاضا خواهد بود (شکل ۱۱- ب و ۱۲). اگر مقدار شیب قیمت در بازار لحظه‌ای بیشتر از قرارداد باشد یا اینکه با تأثیرگذاری  $p_m$  و  $s$  قیمت قرارداد بیشتر شود، میزان بهینه خرید از پایین به سمت میانگین تقاضا میل می‌کند. در این حالت میزان بهینه خرید مقدار کمینه‌ای در  $k=0$  خواهد داشت و برخلاف حالت قبل فاقد حد بی‌نهایت خواهد بود (شکل ۱۱- ج و د). در شکل (۱۲) مقایسه میزان بهینه این تفاوت‌ها با یکدیگر نشان داده شده است.



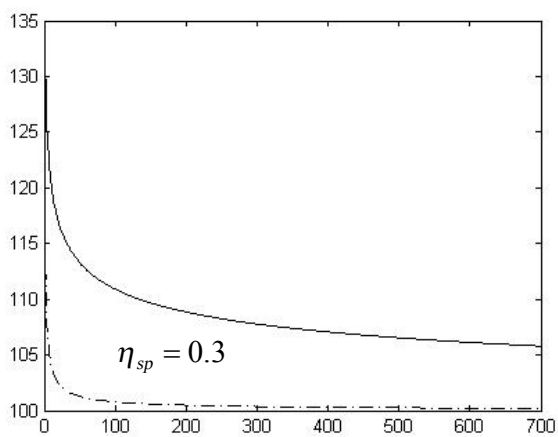
شکل ۹- تغییر میزان بهینه خرید براساس تغییر  $P_{ms}$



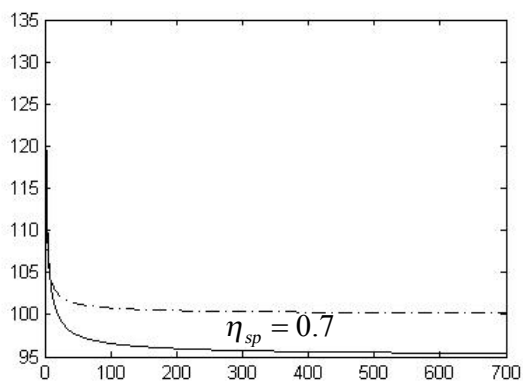
شکل ۱۰- تغییر میزان بهینه خرید بر اساس تغییرات  $S_{sp}$



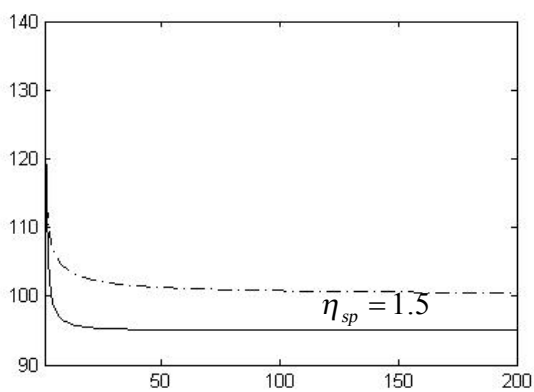
(الف)



(ب)



(ج)

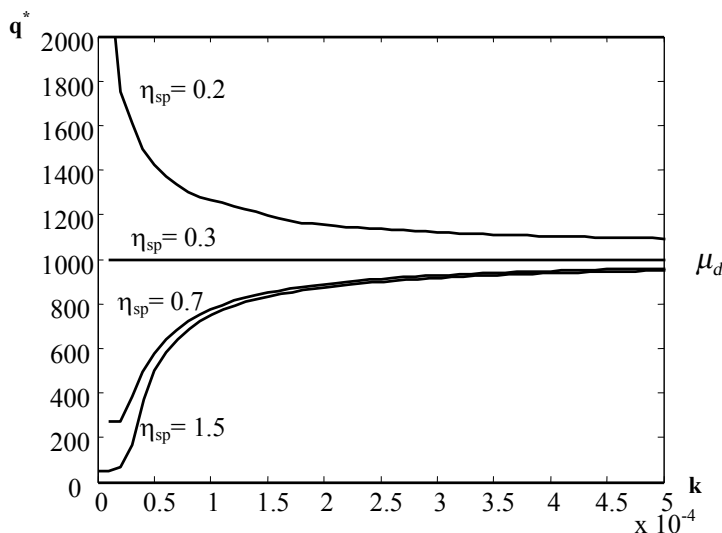


(د)

— · — · — تابع تخفیف قرارداد  
 ————— تابع تخفیف بازار لحظه‌ای

شکل ۱۱- مقایسه تابع تخفیف قرارداد و بازار لحظه‌ای با

مقادیر مختلف  $\eta_{sp}$  ( $\eta_c = 0.7$ )



شکل ۱۲- مقایسه میزان بهینه خرید و تغییرات  $k$  با  $\eta_{sp}$  مختلف

### جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

شرکت‌ها در شرایط ناپایدار امروزی به دنبال حداکثر کردن انعطاف‌پذیری خود برای پاسخگویی به نیازهای مشتریان هستند. شرکت‌های خرده‌فروش (خریدار) که نقش حلقه واسط بین عمده‌فروشان و مصرف‌کنندگان را دارند همواره باید برآورد درستی از نیاز مصرف‌کنندگان داشته باشند و بر این اساس با تأمین‌کنندگان خود قرارداد منعقد سازند. در همین راستا، شرایطی از مبادلات ایجاد شده است که شرکت‌ها می‌توانند نیازهای خود را از بازارهای لحظه‌ای نیز تأمین کنند. در این شرایط معمولاً شرکت‌ها برای تأمین کالا از دو روش بهره می‌برند، به این ترتیب که قراردادی به صورت پیش‌خرید با تأمین‌کننده خود منعقد می‌سازند و در هنگام بروز تقاضا در صورت کمبود یا مازاد کالا از بازار لحظه‌ای برای خرید یا فروش مقدار موردنظر استفاده می‌کنند.

در این پژوهش روش تأمین به دو صورت در نظر گرفته شده است؛ اول اینکه، خریدار از یک قرارداد پیش‌خرید با زمان سفارش  $T$  و قیمتی که شامل تخفیف براساس تعداد است، کالا خریداری می‌کند؛ سپس برای تأمین کمبود یا فروش مازاد خریداری شده، از

بازار لحظه‌ای استفاده می‌کند. قیمت در بازار لحظه‌ای احتمالی و دارای انحراف معیار است و شامل تخفیف نیز می‌گردد. این تخفیفات به صورت کلی است. در این پژوهش، ضمن توسعه تابع هدف مدل سیفرت و همکارانش<sup>۱</sup>، به موارد زیر نیز پرداخته شده است:

۱. مدل ریاضی خرید از دو کانال قرارداد پیش خرید و بازار لحظه‌ای در حالت وجود تخفیف توسعه داده شد.

۲. تابع هدف، تابع سود و واریانس برای توزیع نرمال ارائه و حل شد.

۳. طبق ادبیات موضوع، تحلیل حساسیت متغیرهای مدل ریاضی توسعه داده شده، صورت پذیرفت.

- نتایج حاصله از تحلیل حساسیت مدل‌های ریاضی توسعه داده شده نیز عبارت است از:
- با کاهش ریسک‌پذیری خریداران، میزان بهینه خرید به سمت میانگین تقاضا میل می‌کند. در این حالت خریدار به دنبال حداقل کردن استفاده از بازار لحظه‌ای است و این امر به دلیل عدم قطعیتی است که در بازار لحظه‌ای وجود دارد.
  - با تغییر واریانس تقاضا، تعداد بهینه خرید تغییر اندکی داشته است که این امر نشان‌دهنده آن است که میزان بهینه خرید حساسیت بسیار کمی نسبت به انحراف معیار تقاضا دارد.
  - مشاهده می‌شود که با افزایش تغییرات تقاضا، واریانس سود افزایش و با کاهش آن، کاهش می‌یابد.
  - میزان بهینه خرید برخلاف واریانس تقاضا نسبت به واریانس قیمت بسیار حساس است.
  - با افزایش انحراف معیار قیمت لحظه‌ای، مشاهده می‌شود که نسبت بین سود و انحراف معیار سود کاهش می‌یابد و البته برای هر مرتبه میزان بیشینه سود ثابت است.

- برحسب آنکه وضعیت قیمت قرارداد و بازار لحظه‌ای از یکدیگر کمتر یا بیشتر قرار گیرند میزان بهینه خرید تفاوت قابل توجهی دارد، البته همواره مقدار خرید با کاهش ریسک‌پذیری خریدار به سمت میانگین تقاضا میل خواهد کرد. پیشنهاد می‌شود که برای پژوهش‌های آتی، روابط بین تقاضا و قیمت نیز در نظر گرفته شود. برای تابع تخفیف می‌توان انواع تخفیفات دیگر را بررسی کرد. همچنین می‌توان مدل تصمیم‌گیری را در حالتی که تصمیم‌گیری چندگانه وجود دارد، حل کرد. به کارگیری مدل ارائه شده در این پژوهش در عمل و در یک سازمان بازرگانی می‌تواند یکی دیگر از تحقیقات آتی این پژوهش باشد که امیدواریم در آینده به آن پردازیم.

### توصیه‌های کاربردی

- به منظور به کارگیری مدل ریاضی ارائه شده در این پژوهش، سازمان‌ها و شرکت‌ها می‌توانند مراحل پیشنهادی زیر را در نظر بگیرند:
۱. برآورد توزیع تقاضای احتمالی با استفاده از روش‌های آماری؛
  ۲. برآورد تابع تخفیف بازار لحظه‌ای با استفاده از تابعی که اسکوتانوس و همکارانش<sup>۱</sup> ارائه کرده‌اند؛
  ۳. برآورد تابع تخفیف تأمین‌کننده در قرارداد پیش‌خرید براساس تابع اسکوتانوس و همکارانش<sup>۲</sup>؛
  ۴. استفاده از مدل ریاضی ارائه شده در این پژوهش برای تعیین میزان بهینه پیش‌خرید؛
  ۵. عقد قرارداد پیش‌خرید به میزان بهینه به دست آمده؛
  ۶. استفاده از میزان پیش‌خرید شده برای پاسخگویی به تقاضا در زمان وقوع و استفاده از بازار لحظه‌ای برای جبران کمبود یا مازاد کالا.

1. Schotanus et al. (2009).

2. Ibid.

## منابع

- والپول، رونالد ا (۱۹۹۰)؛ «مقدمه‌ای بر احتمالات و آمار کاربردی»، ترجمه میربهادر قلی آریانزاد و محمد ذهبیون، فصل دهم، دانشگاه علم و صنعت، ۱۳۷۷.
- Aggarwal, Prabhu., Ganeshan Ram., (2007); "Using Risk-Management Tools on B2Bs:An Exploratory Investigation", Int. J. Production Economics 108 (No. 1-2), pp. 2-7.
- Anderson, Eric T., Dana, James., (2006); "Integrating Models of Price Discrimination", Kellogg School of Management, Northwestern University, 1-36.
- Araman, V., Kleinknecht, J., Akella, R., (2001); "Supplier and Procurement Risk Management in E\_Business", Working Paper, Department of Management Science and Engineering, Stanford University, Stanford, CA.
- Chopra, Sunil; Meindl, Peter (2007); Supply Chain Management Strategy, Planning and Operation; New Jersey, Pearson Prentice Hall; pp. 275-281.
- Cohen, M.A., Agrawal, N., (1999); "An Analytical Comparison of Long and Short Term Contracts", IIE Transactions, 31 (No. 8), pp. 783-796.
- Lee H.L. Rosenblatt M.J., (1986); "A Generalized Quantity Discount Pricing Model to Increase Suppliers Profits", Management Science, 32 (No. 9), pp. 1177-85.
- Muermann, Alexander; Shore, Stephen H. (2005); "Spot Market Power and Futures Market Trading"; The Wharton School, University of Pennsylvania.
- Ramasesh R.V., Ord, J.K., Hayya, J.C., Pan, A., (1991); "Sole Versus Dual Sourcing in Stochastic (s; q) Inventory Models", Management Science, 37 (No. 4), pp. 428-443.
- Rudi, N., (1999); "Dual Sourcing: Combining Make-To-Stock and Assemble-To-Order", Working Paper, The Simon School, University of Rochester, Rochester, NY.
- Schotanus, F., de Boer, L., Telgen, J. (2009); "Unraveling Quantity Discounts", Omega, 37 (No. 3), pp. 510-521.
- Seifert R.W., (2000); "Modeling Internet-Enabled Opportunities in Supply-chain Operation", Dissertation, Dept. of Management Science and Engineering, Stanford University, Stanford, CA.

- Siefert, R., Thonemann, U., Hausman H., (2004); "Optimal Procurement Strategies for Online Spot Markets", Working Paper, Department of Management Science and Engineering. Stanford University.
- Viswanthan S, Wang Q., (2003); "Discount Pricing Decisions in Distribution Channels With Price Sensitive Demand", *European Journal of Operational Research*, 149 (No. 3), pp.571–587.
- Xiao T, Qi X., (2008); "Price Competition, Cost and Demand Disruptions and Coordination of a Supply Chain With one Manufacturer and Two Competing Retailers". *Omega*, 36, PP:741-753.