

بهینه سازی سبدهای ارزی با استفاده از روش معیار جهانی

دکتر مقصود امیری* دکتر جمشید صالحی صدقیانی** مصطفی اختیاری***
سید حسین رضوی****

پذیرش: ۸۸/۶/۱

دریافت: ۸۷/۱۱/۲۷

سبد مالی تخصیص یافته / معیار جهانی وزن دار / مجموع وزن دار / تابع مطلوبیت /
بهینه سازی چند هدفه سبد ارزی

چکیده

در بیست سال گذشته تغییرات وسیع نرخ ارز تأثیرات بسیاری بر نظام اقتصادی کشور داشته است. در سال های اخیر نیز به علت افزایش بیش از حد قیمت یورو و نوسانات سایر ارزها، بسیاری از سرمایه گذاران، واردکنندگان و بانک های تجاری متضرر شده اند. از سوی دیگر سرمایه گذاران ایرانی توجه چندانی به متغیر ریسک در کنار متغیر بازده ندارند و آن را معیار مهمی برای سرمایه گذاری در نظر نمی گیرند. در این مقاله مجموعه ای از تبدلات میان اهداف ریسک و بازده به همراه تحلیلی از سرمایه گذاری بانک سپه ایران در یک سبد ارزی تخصیص یافته ارائه و جهت بهینه سازی این مدل دو معیاره از رویکرد معیار جهانی وزن دار^۱ (WGC) با فرض $P = 2, \infty$ استفاده و نتایج آن با روش تابع مطلوبیت مارکویتس مقایسه شده است. نتایج تحقیق نشان می دهند که روش WGC نتایج بهتری را ایجاد و مدل

mg_amiri@yahoo.com

* استادیار دانشکده حسابداری و مدیریت دانشگاه علامه طباطبائی

** دانشیار دانشکده حسابداری و مدیریت دانشگاه علامه طباطبائی

m_ektiari@yahoo.com

*** کارشناس ارشد مهندسی صنایع

s_hossein_r@yahoo.com

**** دانشجوی دکترای مدیریت تولید و عملیات دانشگاه علامه طباطبائی

■ مصطفی اختیاری، مسئول مکاتبات.

دو معیاره با سیاست سرمایه گذاری ارزی ایران (مبنی بر تمرکز کمتر روی ارز دلار آمریکا) سازگارتر است.



طبقه بندی JEL: G11, G24.

مقدمه

در فرهنگ لغات سرمایه گذاری، ریسک به معنای احتمال متحمل شدن زیان تعریف می شود.^۱ مارکویتس (۱۹۵۲) علاوه بر معرفی ریسک به عنوان یک شاخص عددی، آن را انحراف معیار چند دوره ای یک متغیر نیز تعریف می کند.

اصولاً سرمایه گذاران اقتصادی دو نوع سرمایه گذاری را مد نظر دارند: دسته ای با استفاده از مدل های اقتصادی چند معیاره بهترین ترکیب دارایی ها جهت سرمایه گذاری در یک سبد مالی را تعیین می کنند.^۲ در این حالت ممکن است سرمایه گذاری روی ترکیب بهینه دارایی های تخصیص یافته به سرمایه گذار با توجه به شرایط بازار امکان پذیر نباشد.

دسته دیگر با استفاده از تجارب گذشته و شرایط بازار نسبت به انتخاب دارایی های درون سبد مالی اقدام و با استفاده از مدل های اقتصادی چند معیاره، سبد مالی تخصیص داده شده^۳ (AP) را برای یک افق زمانی محدود در آینده بهینه سازی می کنند. در مورد این دسته از سرمایه گذاری ها تصمیمات مدیریت سبد مالی در پایان افق زمانی مشخص تکرار می شود.^۴ بانک ها از جمله بنگاه های اقتصادی به شمار می روند که با توجه به حجم مبادلات ارزی گذشته، جهت سرمایه گذاری آتی در یک سبد ارزی، از بهینه سازی AP برای یک دوره مالی استفاده می کنند. از جمله مزایای بهینه سازی AP ایجاد فرصت جهت افزایش دارایی ها (سیاست خرید) و یا کاهش دارایی های موجود (سیاست فروش) است.

موضوع تحقیق حاضر از دسته دوم به شمار می رود. نکته ای که در انتخاب دارایی های درون یک AP باید مدنظر سرمایه گذار قرار گیرد، تعادل در هم پوشانی دو به دوی دارایی ها است. اگر هم پوشانی دو به دوی دارایی های درون AP در برهه ای از زمان مثبت باشد، احتمال کسب سود و بازده بیشتر افزایش و چنانچه منفی باشد، احتمال کسب سود و بازده

۱. بابایی، ۱۳۸۵.

2. Arnone et al. (1993), Vedarajan et al. (1997).

3. Allocated Portfolio.

4. Bricc et al. (2004), Ben Abdelaziz et al (2007), Sharma et al (2007).

بیشتر کاهش می‌یابد. پس در حالت تعادل باید درون یک AP همپوشانی منفی و مثبت برای دو به دوی دارایی‌ها وجود داشته باشد تا به تبادل مناسبی از ریسک و بازده دست یافت.

بطور کلی فرایند بهینه‌سازی یک AP اینگونه است که ابتدا سرمایه‌گذار سطح مشخصی از دارایی‌های خود را معرفی می‌کند. سپس تحلیل‌گر با استفاده از اطلاعات گذشته، داده‌های آماری مورد نیاز را استخراج و با ارائه یک مدل چند معیاره، فرایند بهینه‌سازی انجام و مجموعه‌ای از سطوح مختلف بهینه معیارها در اختیار سرمایه‌گذار قرار می‌گیرد و سرمایه‌گذار با توجه به افق زمانی محدود در آینده، درباره افزایش یا کاهش سطوح دارایی‌های درون AP تصمیم‌گیری می‌کند.

وجود معیارهای مختلف وسیله‌ای برای تصمیم‌گیری بهتر در آینده است. اکثر سرمایه‌گذاران برای تصمیم‌گیری بهتر، نیازمند اطلاعاتی درباره ریسک و بازده سرمایه‌گذاری می‌باشند. بنابر نظریات اقتصادی می‌توان ترکیب‌های مختلفی از سطوح ریسک و بازده را تعیین نمود که معاوضه میزان ریسک و بازده در آنها بی‌تفاوت است. در صورتی که این نقاط به هم متصل شوند، مرز پارتو ترسیم خواهد شد. بیشتر افراد برای تصمیم‌گیری خود این منحنی‌ها را رسم نمی‌کنند و به دیدگاه شهودی تکیه دارند. سرمایه‌گذاران با قبول سطوح بالاتر ریسک، بازدهی بیشتری به دست می‌آورند که به آن صرف ریسک گفته می‌شود.^۱ افراد بر اساس تغییر شرایط، سطوح متفاوتی از ریسک را می‌پذیرند که بیشتر بر اساس اطلاعات دریافتی از بازار و ویژگی‌های رفتاری و روان شناختی آنها در زمان تصمیم‌گیری است. از سوی دیگر نمی‌توان کلیه ریسک‌ها را از بین برد، زیرا در این صورت فرصت‌ها نیز از بین می‌روند. بنابراین باید در تصمیم‌گیری به مفهوم ریسک و بازده به صورت توأمان توجه شود.

منظور از ریسک در این تحقیق، ریسک نرخ ارز، ناشی از تغییر در نرخ آن است. شرکت‌هایی که خارج از مرزهای سیاسی با کشورهای دارای واحد پولی متفاوت ارتباط معاملاتی دارند، در معرض ریسک نرخ ارز قرار می‌گیرند. ریسک نرخ ارز بر توانایی

سازمان در باز پرداخت وام های خارجی تاثیر گذاشته و بر تعهدات سازمان نسبت به پیش خرید کالا از بازارهای خارجی تاثیر منفی می گذارد. به عبارتی تغییرات نرخ ارز، بازار کالا و سرمایه را تحت الشعاع قرار داده و آثار مخربی خواهد داشت. مؤسسات پولی فعال در بازار ارز باید نسبت به پوشش کافی در مقابل نوسانات آینده نرخ ارز چاره اندیشی کنند. در صورت عدم توجه به ترکیب بهینه یک سبد ارزی و وضعیت هر ارز در بازارهای جهانی، مؤسسات پولی و بانکی با زیان هنگفتی مواجه خواهند شد و لذا محاسبه ریسک نرخ ارز توسط بانک ها، در کاهش این زیان مؤثر است.

تغییرات نرخ ارز در بیست سال گذشته تأثیرات زیادی بر نظام اقتصادی کشور داشته است. بسیاری از طرح های صنعتی داخلی که هنگام مطالعه اقتصادی سودآور بودند، بعد از کاهش ارزش ریال و به دلیل اتکا به مواد اولیه وارداتی زیانده شده و شرکت ها رو به ورشکستگی نهادند^۱. اخیراً نیز به دلیل افزایش بیش از حد قیمت یورو و نوسانات سایر ارزها، بسیاری از سرمایه گذاران، واردکنندگان و بانک های تجاری متضرر شده اند. بر این اساس شناخت میزان ریسک برای سرمایه گذاران ایرانی جهت سرمایه گذاری خارجی لازم به نظر می رسد. از سوی دیگر سرمایه گذاران ایرانی توجه چندانی به متغیر ریسک ندارند و آن را معیار مهمی برای سرمایه گذاری نمی دانند.

فقدان نظام تک نرخ ارز تا قبل از سال ۱۳۸۱ و دیدگاه سنتی سرمایه گذاران ایرانی انگیزه اصلی از انجام تحقیق حاضر بوده است. در این تحقیق با استفاده از مدل میانگین - واریانس مارکویتس یک AP ارزی شامل پنج ارز عمده موجود در سبد مالی سرمایه گذاری بانک سپه ایران توسط روش معیار جهانی (GC) بهینه سازی و با تغییر اوزان اهمیت هر یک از اهداف، تبادلات اهداف ریسک و بازده سرمایه گذاری منظور و راهکار مناسبی برای سرمایه گذاری در یک افق زمانی یک ساله ارائه شده است.

در تعیین این سبد بهینه سعی شده است، کاهش سهم دلار در سبد ارزی کشور نیز طبق سیاست های بانک مرکزی مورد توجه قرار گیرد. در جریان جنگ ویتنام، ایالات متحد آمریکا حجم بیشتری پول چاپ و خرج می کرد که این امر موجب فزونی حجم پول (دلار

۱. سعیدی و راعی، (۱۳۸۳)، ۲۲.

آمریکا) از طلای موجود در صندوق ذخایر بانک مرکزی این کشور شد. پس از آن قانونی در آمریکا وضع شد که پشتوانه طلا برای اسکناس‌های چاپ شده در این کشور را غیرضروری اعلام و مقرر گردید تا ارزش هر دلار در بازار و بر اساس عرضه و تقاضا مشخص شود. پس از اجرای این قانون با استفاده بیشتر از دلار، ارزش آن در جهان افزایش می‌یافت و هرچه استقبال کمتری از این ارز وجود داشت، ارزش کمتری پیدا می‌کرد. سه دهه بعد با ظهور یورو، برخی کشورها با تغییر ترکیب ذخایر ارزی خود که عمدتاً از دلار تشکیل شده بود، سعی کردند ارزش ذخایر خود را حفظ و یا افزایش دهند. برخی کشورهایی که با ایالات متحده دارای تنش بودند، با کاهش و حتی حذف دلار از مبادلات اقتصادی خود سعی کردند در مقابل فشارهای این کشور، اهرم فشاری را به دست آورده و مقابله به مثل کنند. در همین راستا، طی سال‌های اخیر، ابتدا عراق و سپس ایران، طرح ارزش گذاری نفت با واحد پول اروپایی (یورو) را مطرح کردند.

در بخش‌های بعدی پس از مروری بر سوابق تحقیقات مشابه، ابتدا مدل دو معیاره ریسک - بازده مارکویتس و سپس روش معیار جهانی وزن دار برای حل مدل دو معیاره معرفی شده است. سپس مدل دو معیاره روی یک AP ارزی در بانک سپه ایران پیاده‌سازی و نتایج روش WGC با روش مارکویتس مقایسه شده است.

۱. سوابق تحقیقات مشابه

اولین بار مارکویتس در سال ۱۹۵۲ نسبت به کمی‌سازی ریسک اقدام کرد. او با بیان اینکه تصمیمات مالی باید بر اساس ریسک بازده انجام شوند، مفهوم مرز کارا را معرفی نمود. کلیه نقاط روی این خط بهینه بوده و در سطح مشخصی از بازده، کمترین ریسک و در سطح مشخصی از ریسک بیشترین بازده را داشتند. رویکرد مارکویتس و بازده آینده متغیرهایی تصادفی هستند که توسط دو پارامتر زیر کنترل می‌شوند:

(۱) بازده سبد مالی: توسط ارزش انتظاری بازده روزانه دارایی‌ها سنجیده می‌شود.

(۲) ریسک سبد مالی: توسط انحراف استاندارد بازده روزانه دارایی‌ها سنجیده می‌شود.^۱

1. Steuer et al. (2005), Benati and Rizzi (2007).

مدل میانگین - واریانس مارکویتس یک مدل برنامه ریزی کوآدراتیک با تعدادی محدودیت جانبی بود^۱. روی (۱۹۵۲) روشی علمی برای بهترین انتخاب از سطوح ریسک و بازده معرفی نمود. شارپ (۱۹۶۴) با تحقیقات خود مدیریت علمی سبد مالی را پایه گذاری کرد. اهمیت مدیریت ریسک مالی از اوایل دهه ۱۹۷۰ با سقوط سیستم ثبات نرخ ارز، سیستم دو نرخ اوپک و برخی ورشکستگی های مالی نظیر سقوط بازارهای سهام جهانی در ۱۹۸۷، بحران مکزیکی در ۱۹۹۵ و بحران آسیایی در ۱۹۹۷ گسترش یافت. این موارد عدم کفایت ابزارهای مدیریت ریسک موجود، ظرافت سیستم مالی و پیامد بحران های مالی را نشان می دادند.

۱-۱. مدل میانگین - واریانس مارکویتس

مدل میانگین - واریانس مارکویتس، مقادیر بهینه ریسک را در سطح مشخصی از بازده و بر اساس حداقل کردن واریانس مجموع دارایی های درون سبد مالی به دست می آورد. مدل دو معیاره ریسک - بازده را می توان بصورت زیر نشان داد.

$$(F1) \quad \min F_1 = \sigma_{AP}^2 = Var\left(\sum_{i=1}^m r_i x_i\right) = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 x_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^m \sigma_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

$$(F2) \quad \max F_2 = R_{AP} = E\left(\sum_{i=1}^m r_i x_i\right) = \sum_{i=1}^m \bar{R}_i x_i \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^m x_i = 1 \quad (3)$$

$$x_i \geq 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

در این مدل i تعداد دارایی های موجود در AP ($i = 1, 2, \dots, m$)، x_i سهم دارایی i ام و F_i بازده روزانه دارایی i ام با توزیع $N(\bar{R}_i, \sigma_i^2)$ ، که $\bar{R}_i$ میانگین بازده روزانه و σ_i^2 واریانس بازده روزانه دارایی i ام است. σ_{ij} کواریانس بازده روزانه دو دارایی i و j ($i \neq j$)، σ_{AP}^2 واریانس کل AP، R_{AP} معیار بازده کل AP، F_1 تابع هدف ریسک و F_2 تابع هدف بازده است. هدف این مدل کاهش مقدار ریسک و افزایش نرخ بازده سرمایه گذاری است. در حالت کلی معیار (۱) کمینه سازی مقدار ریسک و معیار (۲) بیشینه سازی بازده حاصل از

1. Benati and Rizzi, (2007).

سرمایه گذاری دارایی های موجود در AP را نشان می دهد. محدودیت (۳) نیز محدودیت مدل اولیه واریانس - کوواریانس است که مجموع سهم کل دارایی های AP همواره برابر یک خواهد بود. شرط (۴) نیز نامنفی بودن مقادیر سهم هر دارایی در AP را تضمین می کند.

از آنجا که معیار ریسک در این مدل بر اساس انحراف معیار و واریانس بازده روزانه دارایی ها سنجیده می شود لذا جهت کمینه سازی آن، از کمینه سازی معیار واریانس بازده روزانه AP استفاده می شود. همچنین از آنجا که بازده یک سبد مالی بر اساس مقادیر ارزش انتظاری بازده روزانه دارایی ها سنجیده می شود، معیار بازده در مدل از ترکیب خطی مقادیر میانگین بازده روزانه دارایی های AP بهینه خواهد شد.

باید توجه داشت که حل مدل (P1) صرفاً یک جواب بهینه ارائه نخواهد داد، بلکه بی نهایت جواب غیر مسلط بهینه روی مرز پارتو به دست می آورد. در ادامه با ارائه چند تعریف، مفهوم غیر مسلط بودن مجموعه جواب های بهینه پارتو تشریح شده است:

تعریف ۱. دو بردار $\vec{x}, \vec{y} \in R^k$ مفروض است $(i=1,2, \dots, k)$. بردار $\vec{y} \geq \vec{x}$ است، اگر $y_i \geq x_i$ و بردار $\vec{y}$ بر $\vec{x}$ مسلط است اگر برای هر x_i, y_i باشد $(\vec{x} \neq \vec{y})$.

تعریف ۲. بردار متغیرهای تصمیم $\vec{x} \in X \subset R^n$ غیرمسلط است اگر در مجموعه X بردار دیگری به نام $\vec{x}' \in X \subset R^n$ وجود نداشته باشد که $\vec{f}(\vec{x}') \succ \vec{f}(\vec{x})$.

تعریف ۳. بردار متغیرهای تصمیم $\vec{x}^* \in F \subset R^n$ (فضای جواب است) روی مرز بهینه پارتو قرار دارد، اگر با توجه به فضای جواب $\vec{x}^*$ غیرمسلط باشد.

تعریف ۴. مجموعه جواب های بهینه مرز پارتو (P^*) به صورت زیر تعریف می شود:

$$P^* = \{ \vec{x} \in F | \vec{x} \}$$

تعریف ۵. (PF^*) نقطه ای از مجموعه نقاط مرز پارتو خواهد بود:

$$PF^* = \{ \vec{f}(\vec{x}) \in R^k | \vec{x} \in P^* \}$$

۲-۱. روش معیار جهانی (GC)

از مناسب ترین روش های ارزیابی در حالت عدم کسب اطلاعات از سرمایه گذار، روش های خانواده LP متریک می باشند که با تغییر اوزان اهمیت اهداف، نیازی به کسب

اطلاعات از سرمایه گذار ندارند. این روش ها برای سرمایه گذار ساده است ولی تحلیل گر باید مفروضاتی درباره ارجحیت های سرمایه گذار در نظر بگیرد. برای گنجاندن اوزان اهمیت اهداف در یک GC از رویکرد زیر استفاده می شود.

$$L - P = \left\{ \sum_{k=1}^K w_k \left[\frac{f_k(X^{*k}) - f_k(x)}{f_k(X^{*k}) - f_k(X^k)} \right]^P \right\}^{\frac{1}{P}} \quad (5)$$

مدل فوق را رویکرد معیار جهانی وزن دار استاندارد می نامند. چانکونگ و همیز (۱۹۸۳) و مایتنین (۱۹۹۹) ثابت کردند که برای بهینگی پارتو، کمینه سازی معادله (۵) با در نظر گرفتن $\sum_{k=1}^K w_k = 1, W > 0$ کافی است. برای هر نقطه بهینه پارتو x^p یک بردار اوزان اهمیت معیارها W و یک مقدار عددی P وجود دارد، بطوری که x^p جوابی برای رویکرد (۵) است. مقدار P حتی در صورت غیر محدب بودن فضای جواب، قابلیت ارائه همه نقاط بهینه پارتو را (با تغییر در بردار W) نشان می دهد. مساک و دیگران (۲۰۰۰) و مساک و یاهایا (۲۰۰۱) معتقدند با افزایش مقدار P ، اثربخشی روش WGC در رویکرد (۵) جهت ارائه مجموعه کاملی از نقاط بهینه پارتو افزایش خواهد یافت. با استفاده از یک مقدار بزرگ P ، رویکرد (۵) مجموعه کاملی از نقاط بهینه پارتو را ارائه می دهد. مدل مین- ماکس وزن دار که مورد خاصی از روش WGC با $P = \infty$ است، بصورت مدل (P2) زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} (P2) \quad & \min \quad y \\ \text{s.t.} \quad & y \geq w_k \left[\frac{f_k(X^{*k}) - f_k(x)}{f_k(X^{*k}) - f_k(X^k)} \right], \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \\ & g_l(x) \leq b_l, \quad \forall l = 1, 2, \dots, L \\ & x \in E^n, y \geq 0 \end{aligned}$$

استفاده از مدل (P2) مجموعه بهینه پارتو کاملی را ارائه می دهد، بطوری که شرط لازم برای بهینگی مجموعه پارتو خواهد بود. در روش های WGC هدف حداقل کردن انحراف توابع هدف یک مدل چند هدفه از راه حل ایده آل است. یو (۱۹۷۳) نقطه X^* را یک نقطه ایده آل می نامد. برای دستیابی به نقطه ایده آل، هر تابع هدف بطور مجزا و به ازای $x \in X$

بهینه می شود. یعنی راه حل ایده آل از حل k مسأله یک هدفه به صورت زیر حاصل می گردد:

$$(P3) \quad \text{optimize: } f_k(x), \forall k = 1, 2, \dots, K$$

$$\text{s.t.} \quad g_l(x) \leq 0, \forall l = 1, 2, \dots, L$$

$$x \in E^n$$

مختصات نقطه ایده آل به صورت $\{f_1(X^{*1}), f_2(X^{*2}), \dots, f_k(X^{*k})\}$ بوده و X^{*i} هدف i ام را بهینه می سازد. از طرفی X^{*i} بردار جواب ضد ایده آل است، بطوری که برای دسترسی به راه حل ضد ایده آل، می توان k مسأله به ازای هر تابع هدف در فضای جواب را (در صورتی که ماکزیمم کردن اهداف مدنظر باشد) کمینه نمود.

با توجه به رویکرد (۵)، چنانچه کلیه $f_i(X^{*i})$ ها از نوع ماکزیمم باشند؛ آنگاه $0 < W_k < 1$ درجه اهمیت (وزن) هدف k ام و $0 < P < \infty$ پارامتر مشخص کننده خانواده LP متریک است. ارزش P میزان تأکید بر انحرافات موجود است و هرچه بزرگتر باشد، تأکید بیشتری بر انحرافات بزرگتر خواهد بود و اگر $P = \infty$ ، یعنی بزرگترین انحراف از انحرافات موجود برای بهینه سازی مدنظر است. ارزش P می تواند به معیارهای ذهنی سرمایه گذار بستگی داشته باشد. با مفروض بودن مقادیر W_k ، راه حل حاصل از می نیمم کردن رویکرد (۵) به راه حل سازگار معروف است.

علیرغم کاربردهای گسترده روش WGC در علوم مهندسی و قابلیت آن در نمایش مجموعه بهینه پارتو، تحقیقات چندانی درباره کاربرد آن در مسائل بهینه سازی سبدهای مالی AP انجام نشده است. از آنجا که در مدل (P1) دو تابع هدف از نوع می نیمم هستند، با توجه به مدل (P3) تمام توابع به ماکزیمم تبدیل می شوند.

$$(P4) \quad \max \quad -F_1 = -Var(\sum_{i=1}^m r_i x_i)$$

$$\max \quad F_2 = E(\sum_{i=1}^m r_i x_i)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, m$$

بر اساس رویکرد (۵)، مدل (P4) با روش WGC به صورت زیر مدل سازی می شود:

$$(P5) \quad \min \quad \left\{ w_1 \left(\frac{Z^{*1} + F_1}{Z^{*1} - Z^*} \right)^P + w_2 \left(\frac{Z^{*2} - F_2}{Z^{*2} - Z^*} \right)^P \right\}^{\frac{1}{P}}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

بطوری که $\sum_{k=1}^3 w_k = 1$ است. در این مدل Z_k^* مقدار ایده آل (ماکزیمم مقدار تابع هدف k ام در فضای جواب) و ضد ایده آل تابع هدف k ام می باشد (می نیمم مقدار تابع هدف k ام در فضای جواب). W_k نیز وزن اهمیت معیار k ام ($k=1, 2, 3$) و $0 < W_k < 1$ است، بطوری که W_k مقادیر ۰ و ۱ را نمی پذیرد، زیرا در اینصورت یکی از معیارهای مدل حذف می شود. بنابراین در محاسبات از مقادیر نزدیک مانند ۰/۰۵ و ۰/۹۵ استفاده می شود. تبدلات دو معیار نیز از طریق تغییر مقادیر W_k صورت می پذیرد. همچنین P پارامتر تابع مطلوبیت نهایی است که مقادیر ۲ و ∞ برای آن در نظر گرفته شده است.

۲. مطالعه موردی

در این تحقیق یک AP ارزی موجود در یک سبد مالی سرمایه گذاری ارزی بانک سپه ایران شامل یکصدین ژاپن، پوند انگلستان، فرانک سوییس، یورو و دلار آمریکا با در نظر گرفتن سیاست ارزی کشور مبنی بر وابستگی کمتر به دلار آمریکا بررسی خواهد شد. داده های مطالعه نرخ های روزانه این پنج ارز از ۱۳۸۱/۱/۶ تا ۱۳۸۶/۱۲/۲۸ را شامل می شود. این دوره به دلیل فقدان سیاست ارزی ایران بصورت نظام تک نرخی ارز در سال های قبل از ۱۳۸۱ انتخاب شده است. در این مطالعه با توجه به رابطه (۵) از روش لگاریتمی جهت محاسبه بازده روزانه ارز i ام استفاده شده است:

$$R_{it} = \ln \left(\frac{P_{it}}{P_{i(t-1)}} \right), \quad \forall i = 1, 2, \dots, 5 \quad (6)$$

در این رابطه P_{it} نرخ ارز i ام در روز t ام و R_{it} بازده لگاریتمی ارز i ام در روز t ام در دوره مطالعه است. جدول ۱ شاخص های آماری و جدول (۲) ماتریس واریانس - کوواریانس بازده روزانه این پنج ارز را نشان می دهد.

جدول ۱- شاخص‌های آماری مورد نیاز از داده‌های روزانه پنج ارز

از ۱۳۸۱/۱/۶ تا ۱۳۸۶/۱۲/۲۸

ارز	میانگین بازده روزانه دارایی‌ها	انحراف استاندارد بازده روزانه دارایی‌ها	واریانس بازده روزانه دارایی‌ها
یکصد ین ژاپن	۰/۰۰۰۰۸۴۷۹۳	۰/۰۷۷۳۲۰۱۹۸	۰/۰۰۵۹۷۸۴۱۳
پوند انگلستان	۰/۰۰۰۲۷۲۱۱۲	۰/۰۰۷۱۳۹۶۸۰	۰/۰۰۰۰۵۰۹۷۵
فرانک سوئیس	۰/۰۰۰۳۱۴۸۲۱	۰/۰۸۲۳۲۲۹۹۲	۰/۰۰۶۷۷۰۰۷۵
یورو	۰/۰۰۰۳۴۹۰۲۱	۰/۰۰۵۳۱۲۳۳۱	۰/۰۰۰۰۲۸۲۲۱
دلار ایالات متحده آمریکا	۰/۰۰۰۱۷۰۲۳۸	۰/۰۰۵۸۹۱۰۴۹	۰/۰۰۰۰۳۴۷۰۴

جدول ۲- ماتریس واریانس - کوواریانس بازده روزانه پنج ارز

از ۱۳۸۱/۱/۶ تا ۱۳۸۶/۱۲/۲۸

دلار ایالات متحده آمریکا	یورو	فرانک سوییس	پوند انگلستان	یکصد ین ژاپن	ارز
۰/۰۰۰۰۰۳۳۶۶۳۰	۰/۰۰۰۰۰۲۳۳۰۵۷	۰/۰۰۰۰۰۳۳۳۳۰۱	۰/۰۰۰۰۰۲۷۵۱۸۲	۰/۰۰۵۹۷۸۴۱۲۹۵	یکصد ین ژاپن
۰/۰۰۰۰۰۵۷۸۰۳۷	۰/۰۰۰۰۱۳۷۵۰۹۱	۰/۰۰۰۰۱۵۶۴۷۹۵	۰/۰۰۰۰۵۰۹۷۵۰۳		پوند انگلستان
۰/۰۰۰۰۱۵۷۶۲۱۳	۰/۰۰۰۰۲۶۹۹۹۱۸	۰/۰۰۶۷۷۷۰۷۵۰۵			فرانک سوییس
۰/۰۰۰۰۰۹۶۹۱۶۵	۰/۰۰۰۰۲۸۲۲۰۸۶				یورو
۰/۰۰۰۰۰۳۴۷۰۴۴۵					دلار ایالات متحده آمریکا

متغیرهای تصمیم به صورت زیر تعریف می‌شوند: x_1 سهم یکصد ین ژاپن از کل AP، x_2 سهم پوند انگلستان از کل AP، x_3 سهم فرانک سوئیس از کل AP، x_4 سهم یورو از کل AP و x_5 سهم دلار آمریکا از کل AP. با توجه به مدل (P_3) و اطلاعات جداول (۱) و (۲)، مدل (P_3) بصورت مدل (P_5) زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}
 (P_5) \min w_1 & \left[\frac{Z^{*1} + (0.005978413x_1^2 + 0.0975E - 0.5x_1^2 + 0.06777075x_2^2 + 2/822.9E - 0.5x_2^2 + 3/47.45E - 0.5x_3^2 - 2/75E - 6x_1x_2 + 3/33E - 6x_1x_3 + 2/33E - 6x_1x_4 + 3/37E - 6x_1x_5 + 1/56E - 0.5x_2x_3 + 1/38E - 0.5x_2x_4 + 5/78E - 6x_2x_5 + 2/7E - 0.5x_3x_4 + 1/58E - 0.5x_3x_5 + 9/69E - 6x_4x_5)}{Z^{*1} - Z_*^1} \right]^P \\
 & + w_1 \left[\frac{Z^{*2} + (8/49735E - 0.5x_1 + 0.0022112x_2 + 0.0031482x_3 + 0.00349021x_4 + 0.00170238x_5)}{Z^{*2} - Z_*^2} \right]^P \\
 s.t. \quad & \sum_{i=1}^5 x_i = 1 \\
 & x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, 5
 \end{aligned}$$

جدول (۳) مقادیر ایده آل و ضد ایده آل هر تابع هدف بر اساس مدل (P4) می باشد.

جدول ۳- مقادیر ایده آل و ضد ایده آل مربوط به هر یک از اهداف مدل (P4)

تابع هدف	مقدار ایده آل	مقدار ضد ایده آل
$-F_1$	-0.0001510314	-0.005978413
F_2	0.00349021	0.000849735

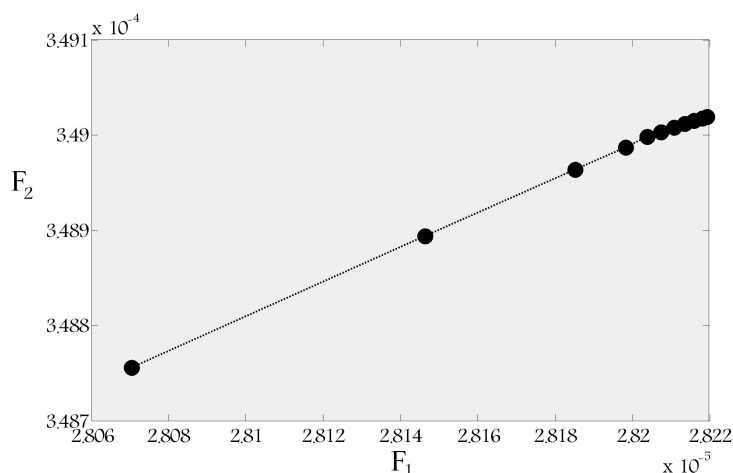
بنابراین مدل نهایی به صورت زیر خواهد بود. مدل (P₆) از نوع مسأله برنامه ریزی محدب بوده و می نیمم نسبی حاصل از حل آن همان می نیمم مطلق مدل (P₆) خواهد بود. جهت حل مدل (P₆)، P = 2 در نظر گرفته شده و طی ۱۱ تکرار، اوزان متفاوتی به معیارها داده و مدل مزبور در هر تکرار جداگانه محاسبه شده است.

$$\begin{aligned}
 (P_6) \min w_1 & \left[\frac{-0.0001510314 + (0.005978413x_1^2 + 0.0975E - 0.5x_1^2 + 0.06777075x_2^2 + 2/822.9E - 0.5x_2^2 + 3/47.45E - 0.5x_3^2 - 2/75E - 6x_1x_2 + 3/33E - 6x_1x_3 + 2/33E - 6x_1x_4 + 3/37E - 6x_1x_5 + 1/56E - 0.5x_2x_3 + 1/38E - 0.5x_2x_4 + 5/78E - 6x_2x_5 + 2/7E - 0.5x_3x_4 + 1/58E - 0.5x_3x_5 + 9/69E - 6x_4x_5)}{(-0.0001510314) - (-0.005978413)} \right]^P \\
 & + w_1 \left[\frac{0.00349021 + (8/49735E - 0.5x_1 + 0.0022112x_2 + 0.0031482x_3 + 0.00349021x_4 + 0.00170238x_5)}{0.00349021 - 0.000849735} \right]^P \\
 s.t. \quad & \sum_{i=1}^5 x_i = 1 \\
 & x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, 5
 \end{aligned}$$

مدل (P₆) با استفاده از نرم افزار Lingo ۸/۰ حل شده است. شکل (۱) نتایج روش

WGC را با در نظر گرفتن دو معیار ریسک و بازده و فرض P = 2 نشان می دهد.

همانطور که شکل (۱) نشان می‌دهد، سرمایه‌گذار با افزایش (یا کاهش) ریسک سرمایه‌گذاری خواستار افزایش (یا کاهش) نرخ بازده سرمایه‌گذاری است. حال با توجه به دو معیار متناقض ریسک و بازده باید سطح مطلوبی تعیین شود تا کاهش نسبی ریسک و افزایش نسبی بازده سرمایه‌گذاری را به همراه داشته باشد.



شکل ۱- نتایج مدل WGC بر اساس دو معیار ریسک و بازده در AP ارزی با فرض $P = 2$
ارزیابی نتایج

۳. بررسی ویژگی‌های نقاط بهینه پارتو^۱

در این بخش با توجه به نتایج حداقل دو معیار، ویژگی‌های مجموعه نقاط بهینه پارتو بررسی می‌شوند. در ابتدا چند متغیر برداری تعریف می‌شوند. بردار X^{j*} بردار بهینه متغیرهای مدل در تکرار j ام از حل (بعبارتی بردار جواب بهینه در تکرار j ام از حل) و بردار F^{j*} مقادیر بهینه توابع هدف در زامین تکرار حل می‌باشد. نیز بردار اوزان اهمیت اهداف در زامین تکرار حل است. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های مجموعه نقاط بهینه پارتو غیر مسلط بودن تمامی نقاط بهینه است.

تعریف ۶.۲. جواب X^{i*} بر X^{j*} مسلط است اگر دو شرط زیر همزمان برقرار باشند:

1. Pareto optimal points.

۲. پنج تعریف در صفحات قبل توضیح داده شده است.

- (۱) جواب X^{i*} روی تمامی اهداف بدتر از جواب X^{j*} نباشد، به عبارت دیگر برای تمام مقادیر $k=1,2,\dots,K$ ، $f_k(x^{i*}) \not\leq f_k(x^{j*})$
- (۲) جواب X^{i*} در حداقل یک تابع هدف اکیداً بهتر از جواب X^{j*} باشد، به عبارت دیگر برای حداقل یک مقدار $k=1,2,\dots,K$ ، $f_k(x^{i*}) < f_k(x^{j*})$.
- با توجه به نتایج مدل در هر سری از تکرارها همه جواب‌ها غیر مسلط می‌باشند. به عنوان مثال تکرار $j=2$ و $j=3$ را در نظر بگیرید. نتایج این دو تکرار عبارتند از:

$$\begin{aligned} W^{2*} &= (0/1, 0/9), X^{2*} = (0, 0, 0/000093, 0/999908, 0), \\ F^{2*} &= (0/0000282182, 0/0003490178) \\ W^{3*} &= (0/2, 0/8), X^{3*} = (0, 0, 0/000172, 0/999828, 0) \\ F^{3*} &= (0/0000282160, 0/0003490151) \end{aligned}$$

با توجه به نتایج فوق با افزایش وزن اهمیت معیار ریسک و کاهش وزن اهمیت معیار بازده و با توجه به بردارهای X^{2*} و X^{3*} ، سهمی از ارزش‌های اول و دوم و پنجم در AP ارزی مشاهده نمی‌شود و میزان سهم ارز سوم افزایش و ارز چهارم روندی کاهشی داشته است. مقادیر بردارهای F^{2*} و F^{3*} نشان می‌دهند که معیار ریسک به مقدار ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۲۲ واحد بهتر و مقدار نرخ بازده مورد انتظار در این دو تکرار به میزان ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۲۷ واحد بدتر شده است. در این حالت گفته می‌شود که با کاهش مقدار ریسک سرمایه‌گذاری، نرخ بازده مورد انتظار نیز کاهش می‌یابد و برعکس. لذا با توجه به تعریف (۶)، جواب‌های این دو تکرار غیر مسلط می‌باشند.

۴. مقایسه نتایج روش WGC با فرض $P=2$ در مقابل نتایج $P=\infty$

بر اساس مدل (P2) می‌توان بار دیگر روش WGC را با در نظر گرفتن $P=\infty$ مورد ارزیابی قرار داد. با توجه به اطلاعات موجود، مدل مین - ماکس وزن‌دار به صورت مدل (P7) بازنویسی می‌شود.

$$(P^*) \min w_1 \left[\frac{\begin{aligned} &-0.0001510314 + (0.005978413x_1^2 + 0.0975E - 5x_1^2 + 0.06777075x_1^2 + 2/82209E - 5x_1^2 + 3/47045E - 5x_1^2) \\ &- 2/75E - 6x_1x_2 + 3/33E - 6x_1x_3 + 2/33E - 6x_1x_4 + 3/37E - 6x_1x_5 + 1/56E - 5x_1x_6 + 1/38E \\ &- 5x_1x_7 + 5/78E - 6x_1x_8 + 2/7E - 5x_1x_9 + 1/58E - 5x_1x_{10} + 9/69E - 6x_1x_{11} \end{aligned}}{(-0.0001510314) - (-0.005978413)} \right]^P$$

$$+ w_2 \left[\frac{0.000349021 + (8/49735E - 5x_1 + 0.000221112x_2 + 0.000214812x_3 + 0.000349021x_4 + 0.000170238x_5)}{0.000349021 - 0.000849735} \right]^P$$

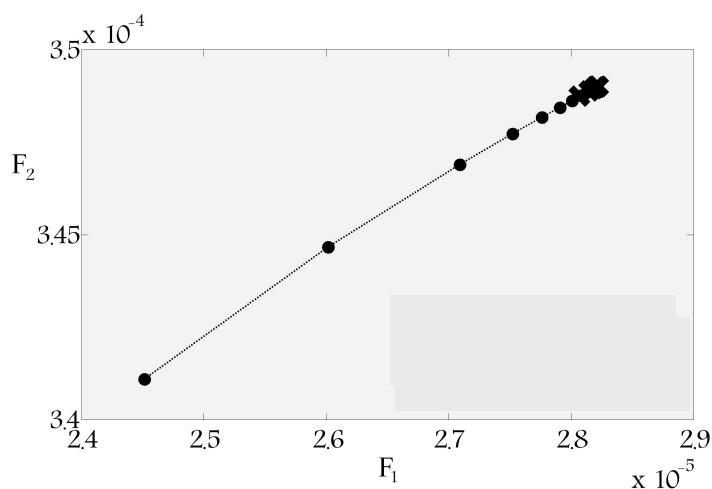
$$s.t. \quad \sum_{i=1}^5 x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, 5$$

در اینجا تبادلات اهداف ریسک و بازده طی ۱۱ تکرار با اوزان مختلف به اهداف، با استفاده از نرم افزار ۸، ۰ Lingo به دست آمده‌اند. کلیه نتایج به دست آمده شرایط تعریف (۶) را دارند، به نحوی که با کاهش (افزایش) مقادیر هدف اول، کاهش (افزایش) مقادیر هدف دوم به دست می‌آید.

آنچه در مورد نتایج روش مین - ماکس وزن‌دار قابل توجه است، وجود ارز دوم در AP ارزی سرمایه‌گذار است که در روش $P = 2$ سهمی نداشته است. این موضوع که روش مین - ماکس وزن‌دار ارزش‌های متنوع‌تری را در سبد ارزی فراهم می‌آورد، خود یکی از معیارهای ارزیابی نتایج از نظر سرمایه‌گذار است. همچنین نتایج دو روش قابل قبول می‌باشند و همپوشانی مناسبی میان آنها مشاهده می‌شود (شکل ۲). در شکل (۲) نقاط بهینه پارتو در روش $P = 2$ فاصله نزدیکی با نتایج روش مین - ماکس وزن‌دار دارند، بطوری که طول مرز پارتو در روش مین - ماکس وزن‌دار طولانی‌تر از $P = 2$ است و به همین دلیل تنوع نتایج روش مین - ماکس وزن‌دار افزایش یافته است و این معیار ارزیابی نیز سرمایه‌گذار را در اتخاذ تصمیم مناسب یاری خواهد رساند.

برای ارزیابی کلی نتایج روش WGC، با فرض $P = 2, \infty$ برخی معیارهای ارزیابی بر اساس سه شاخص میانگین، حداقل و حداکثر توابع هدف تعریف شده است (جدول ۴). نتایج جدول (۴) گزینه‌های متفاوت سرمایه‌گذار برای تصمیم‌گیری نهایی را نشان می‌دهد.



شکل ۲- نتایج مدل WGC بر اساس دو معیار ریسک و بازده با فرض $P = \infty$ و $P = 2$

خلاصه اطلاعات مهم جدول (۴) در جدول (۵) نشان داده شده است. بر این اساس کمترین مقدار ریسک سرمایه گذاری AP ارزی در تکرار ۱۱ حالت $P = \infty$ و بیشترین نرخ بازده در تکرار یک حالت $P = \infty$ می باشد. نتایج روش $P = \infty$ نشان می دهد که چنانچه میزان اهمیت معیار ریسک خیلی بالاتر از معیار بازده باشد، می توان کمترین مقدار ریسک سرمایه گذاری و چنانچه میزان اهمیت معیار بازده خیلی بالاتر از معیار ریسک باشد، می توان بیشترین مقدار نرخ بازده سرمایه گذاری را انتظار داشت.

جدول ۴- اطلاعات بدست آمده از نتایج روش WGC با فرض $P = 2, \infty$

تابع هدف		F^1*	F^2*
معیار		ریسک	نرخ بازده
$P = 2$	میانگین	۰/۰۰۰۰۲۸۱۸۹۹	۰/۰۰۰۳۴۸۹۷۰۳
	می نیم	۰/۰۰۰۰۲۸۰۷۰۵	۰/۰۰۰۳۴۸۷۵۶۰
	ماکزیم	۰/۰۰۰۰۲۸۲۱۹۳	۰/۰۰۰۳۴۹۰۱۹۱
$P = \infty$	میانگین	۰/۰۰۰۰۲۷۴۰۰۳	۰/۰۰۰۳۴۷۳۸۹۴
	می نیم	۰/۰۰۰۰۲۴۵۱۲۳	۰/۰۰۰۳۴۱۱۰۱۳
	ماکزیم	۰/۰۰۰۰۲۸۱۹۹۹	۰/۰۰۰۳۴۸۹۹۰۵

جدول ۵- خلاصه اطلاعات جدول (۴)

معیار	P = 2	P = ∞
می نیم (ریسک)	۰/۰۰۰۰۲۸۰۷۰۵	۰/۰۰۰۰۲۴۵۱۲۳
ماکزیمم (نرخ بازده)	۰/۰۰۰۳۴۹۰۱۹۱	۰/۰۰۰۳۴۸۹۹۰۵

با توجه به میانگین نتایج معیارها در جدول (۴) می توان ارزیابی دیگری نیز ارائه نمود. اگر سرمایه گذار معیار ریسک را در اولویت تصمیم گیری قرار دهد، پیشنهاد می شود از نتایج حالت $P = \infty$ و اگر معیار بازده را در اولویت قرار دهد از $P = 2$ استفاده کند.

۵. تطابق نتایج روش WGC با سیاست ارزی ایران

یکی از معیارهای ارزیابی نتایج، میزان مطابقت آنها با اهداف سرمایه گذار است. با توجه به سیاست سرمایه گذاری ارزی کشور، سرمایه گذار تمرکز کمتری بر سرمایه گذاری روی دلار آمریکا را در نظر دارد. با توجه به نتایج، سهم دلار در AP ارزی به صفر خواهد رسید و ارزهایی چون پوند، فرانک و یورو در سبد ارزی بانک وجود دارند. در حالت کلی با توجه به نتایج هر دو روش، بیشترین میانگین تعداد ارزها در AP متعلق به ارز یورو و ارزهای پوند و فرانک در رتبه های بعدی قرار دارند. نتایج نشان می دهند که در تمام تکرارها تضمینی بر وجود ارزهای یکصد ین ژاپن و دلار آمریکا در AP ارزی نخواهد بود و مهمترین خواسته سرمایه گذار برآورده خواهد شد.

۶. مقایسه نتایج روش WGC نسبت به روش ایجاد تابع مطلوبیت

برای تعیین یک سبد مالی بهینه با درجه مشخصی از ریسک و بر اساس رویکرد بازده - ریسک مارکویتس، یک برنامه بهینه سازی کوآدراتیک بر اساس ماکزیمم کردن تابع مطلوبیت بازده - ریسک به صورت زیر مدلسازی می شود.

$$(P8) \quad \max \quad U(x) = E(\sum_{i=1}^m r_i x_i) - \lambda \text{Var}(\sum_{i=1}^m r_i x_i)$$

$$\text{s.t.} \quad x \in E^n, \lambda \in [., +\infty]$$

در این مدل λ درجه ناسازگاری (مغایرت) ریسک نهایی است. بریک و دیگران (۲۰۰۴) و اشتیوئر و دیگران (۲۰۰۵) درباره مدل (P8) و کاربرد آن در انتخاب بهینه سبدهای مالی سرمایه گذاری مطالعاتی انجام داده اند. ارگات و دیگران (۲۰۰۴) نیز از این مدل جهت بهینه سازی یک سبد مالی شامل ۴۰ سهام استفاده کرده اند. در این تحقیق مدل (P8) با مقادیر متفاوت λ توسط نرم افزار Lingo ۸/۰ بهینه سازی شده است. نتایج نشان دهنده وجود تبادل میان اهداف ریسک و بازده است که این تبادل منجر به وجود همه ارزها در سبد ارزی می شود. بطور متوسط حدود ۳۵ درصد از سبد ارزی بهینه متعلق به دلار آمریکا است که در مقایسه با نتایج دو روش $P = 2, \infty$ این ارز سهم زیادی را به خود اختصاص داده است. بنابراین روش تابع مطلوبیت علیرغم کارا بودن، نتایج غیر قابل قبولی را نسبت به اهداف سرمایه گذار فراهم می آورد.

جمع بندی و ملاحظات

در این مقاله پس از ارائه تعاریفی از معیارهای ریسک و بازده و بیان خصوصیات یک AP و با استفاده از مدل های میانگین - واریانس مارکویتس و روش WGC نسبت به تحلیل پنج ارز عمده موجود در سبد مالی سرمایه گذاری بانک سپه اقدام و نتایج این دو روش با یکدیگر مقایسه گردید. روش WGC یکی از روش های معتبر در حل مسائل چند هدفه است که در کاربرد آن از مقادیر ایده آل و ضد ایده آل استفاده می شود. همچنین با استفاده از نتایج بدست آمده و تحلیل آنها سعی شد تا مجموعه ای از نقاط بهینه پارتو فراهم آید تا سرمایه گذار بتواند با استفاده از آنها بهترین انتخاب را جهت سرمایه گذاری آتی داشته باشد.

همپوشانی نتایج روش های $P = 2, \infty$ و طول مرز پارتو آنها نیز مورد تحلیل قرار گرفت. به نظر می رسد نتایج روش $P = \infty$ نسبت به روش $P = 2$ مناسب تر باشند. در ادامه مشاهده شد که مدل دو معیاره ریسک - بازده مارکویتس نسبت به روش WGC سازگاری کمتری با سیاست ارزی ایران مبنی بر تمرکز کمتر بر دلار آمریکا دارد و مدل WGC می تواند سرمایه گذاران ایرانی را جهت اتخاذ تصمیم مناسب یاری دهد.

همچنین ویژگی‌های نقاط بهینه پارتو در مورد نتایج به دست آمده صادق بوده و سرمایه‌گذار با افزایش (یا کاهش) مقدار ریسک، شاهد افزایش (یا کاهش) نرخ بازده مورد انتظار سرمایه‌گذاری خواهد بود. این نکته نیز حائز اهمیت است که در نتایج به دست آمده، دلار ایالات متحده آمریکا حداقل سهم ارز را به خود اختصاص داده است، بگونه‌ای که این نتایج می‌توانند روندی مناسب جهت اتخاذ تصمیم سیاست ارزی ایران نسبت به تمرکز بیشتر روی سایر ارزها و وابستگی کمتر به دلار آمریکا محسوب شوند. همچنین اگر اهمیت وزنی معیار ریسک از نظر سرمایه‌گذار پایین باشد، نتایج به دست آمده بیشتر بر سیاست ارزی ایران منطبق خواهد بود و به سرمایه‌گذار، سرمایه‌گذاری روی سایر ارزها پیشنهاد می‌شود.

در ادامه روش WGC با روش تابع مطلوبیت پیشنهادی مارکویتس مقایسه و مشاهده شد که وجود درصد زیادی از ارز دلار آمریکا در سبد ارزی بهینه یکی از مهمترین دلایل برتری روش WGC نسبت به روش تابع مطلوبیت است.

منابع

- بابایی، محمدعلی و حمیدرضا وزیر زنجانی (۱۳۸۵)؛ مدیریت ریسک؛ رویکردی نوین برای ارتقای اثربخشی سازمانها، ماهنامه تدبیر، سال هفدهم، شماره ۱۷۰.
- راعی، رضا و علی سعیدی، (۱۳۸۳)؛ مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، تهران: انتشارات وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی.
- هال، جان (۲۰۰۲)؛ مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، ترجمه سجاد سیاح و علی صالح آبادی، چاپ اول، تهران: گروه رایانه تدبیرداز، ۱۳۸۴.
- Arnone, S., Loraschi, A. and Tettamanzi, A. (1993); "A Genetic Approach to Portfolio Selection", *Neural Network World*, 3(6), pp. 597- 604.
- Ben Abdelaziz, F., Aouni, B. and El Fayedh, R. (2007); "Multi-objective Stochastic Programming for Portfolio Selection", *European Journal of Operational Research*, 177(3), pp. 1811-1823.
- Benati, S. and Rizzi, R. (2007); "A Mixed Integer Linear Programming Formulation of the Optimal Mean/Value-at-Risk Portfolio Problem", *European Journal of operational Reseach*, 176(1), pp. 423-434.
- Briec, W., Kerstensy, K. and Jokungz, O. (2004); "Mean-variance-skewness Portfolio Performance Gauging: A General Shortage Function and Dual Approach, *Management Science*", 53(1), pp. 135-149.
- Chankong, V. and Haimes, Y.Y. (1983); *Multiobjectiva Decision Making Theory and Methodology*, New york: Elsevier Science Publishing.
- Ehrgott, M. Klamroth, K. and Schwehm, C. (2004); "An MCDM Approach to Portfolio Optimization", *European Journal of Operational Research*, 155(3), pp. 752-770.
- Markowitz, H.M. (1952); "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, 7(1), pp. 77-91.
- Messac, A. Sukam, C.P. and Melachrinoudis, E. (2000); Aggregate Objective Functions and Pareto Frontiers: Required Relationships and Practical Implications, *Optimization and Engineering*, 1(2), pp. 171-188.
- Messac, A. and Ismail-Yahaya, A.I. (2001); Required Relationship Between

- Objective Function and Pareto Frontier Orders: Practical Implications”, *AIAA Journal*, 39(11), pp. 2168-2174.
- Miettinen, K. (1999); *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Roy, A.D. (1952); “Safety First and the Holding of Assets”, *Econometrica*, 20(3), pp. 431-449.
- Sharma, H.P. Ghosh, D. and Sharma, D.K. (2007); “Credit Union Portfolio Management: An Application of Goal Interval Programming”, *Academy of Banking Studies Journal*, 6(1), pp. 39-60.
- Sharpe, W. (1964); “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”, *The Journal of Finance*, 19(3), pp. 425-442.
- Steuer, R.E., Qi, Y. and Hirschberger, M. (2005); “Multiple Objectives in Portfolio Selection”, *Journal of Financial Decision Making*, 1(1), pp. 5-20.
- Vedarajan, G., Chan, L.C. and Goldberg, D.E. (1997); *Investment Portfolio Optimization Using Genetic Algorithms*, In Koza, J.R. editor, *Late Breaking Papers at the Genetic Programming Conference*, pages 255-263, Stanford University, California.
- Yu, P.L. (1973); “A Class of Solutions for Group Decision Problems”, *Management Science*, 19(8), pp. 936-964.